

УДК 004.942

© M. A. Клочков

## К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗРАБОТКИ НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Скопления углеводородов в земной коре представляют собой нефтегазовые месторождения, в которых протекают сложные физические процессы. Уравнения, описывающие эти процессы, дают численное представление характеристик залежи. Графическое представление результатов расчетов обеспечивает их лучшее восприятие и использование специалистами. В связи с этим имеется необходимость внедрения в процесс подготовки специалистов по нефтегазовому профилю инновационных методик подготовки, основанных на современных информационных технологиях. Также значительным преимуществом компьютерного моделирования является то, что его использование позволяет объединить все данные, присущие пласту, в одну компактную систему, исследование которой без этого метода невозможно. Визуальное представление численных решений зависит в первую очередь от возможностей вычислительных систем, а во вторую — от уровня решаемых задач математического моделирования и используемых при этом численных методов.

Для изучения процессов, происходящих при разработке нефтегазовых месторождений, предлагается использовать математическую модель нестационарной фильтрации двухфазной жидкости в пористой среде. Под давлением воды из нагнетательных скважин нефть движется по направлению к добывающим скважинам, при этом вода и нефть перемешиваются. При заданных граничных условиях, то есть геометрии пласта, начальном давлении и дебите скважин, ставится стационарная и нестационарная задачи расчета распределения давления жидкости и величины нефтенасыщенности, задача оптимизации схемы размещения скважин и задача визуализации полученных результатов.

*Ключевые слова:* оптимизация размещения скважин, нефтенасыщенность, управление разработкой нефтегазовых месторождений.

DOI: 10.20537/2226-3594-2017-49-01

### Введение

Одним из основных инструментов для обоснованного принятия стратегических и тактических решений при разработке месторождений нефти является моделирование процессов, протекающих в залежи. Дифференциальные уравнения, описывающие эти процессы, настолько сложны, что их решение в аналитическом виде удается получить лишь в ограниченном числе простейших идеализированных случаев. В более сложных случаях для решения системы дифференциальных уравнений, которые описывают поведение флюидов в пористой среде, применяют численные модели и компьютерные технологии.

Численные модели были разработаны в середине 50-х годов Писманом и Рэкфордом [1, 2], после чего усовершенствованы таким образом, что можно моделировать процесс разработки почти любого месторождения.

Численное моделирование фильтрационных процессов позволяет:

- численно исследовать процессы фильтрации углеводородов и воды в пластах сколь угодно сложного геологического и литологического строения;
- численно исследовать напряженно-деформированное состояние пласта и окружающих пород;
- в рамках одной модели проанализировать как динамику флюидов в масштабе целого месторождения (а шире — региона), так и локальные процессы в области, наиболее интересующей пользователя;

- в условиях неполноты информации о пласте максимально использовать всю количественную и качественную информацию о месторождении для анализа его флюидодинамики;
- проводить вычисления с требуемой точностью.

Месторождение можно разработать только один раз, поэтому любая ошибка в этом процессе неисправима. Применяя метод численного моделирования, можно выполнить эту процедуру несколько раз и изучить различные варианты разработки. При использовании численного моделирования в качестве средства управления процессом разработки, например, достигается оптимальное размещение нефтяных скважин на пласте. Построение оптимальной сетки скважин относится к числу основных задач процесса разработки месторождений нефти. Решение этой задачи обеспечит более эффективное использование пластовой энергии, что в принципе приводит к увеличению конечной нефтеотдачи и к более экономичной разработке месторождения. В более сложных системах, например в случае разработки слоистых неоднородных пластов при смешанном режиме, раньше было невозможно управлять всеми переменными, а сегодня имеется возможность исследовать эти системы без значительных упрощений.

Однако с течением времени, по мере совершенствования вычислительной техники и усложнения решаемых задач, стало очевидно, что для получения реального результата уже нельзя сначала просто рассчитать его, а потом применить изобразительные средства. Стало понятно, что применение и развитие средств визуального представления численных данных является самостоятельной научной дисциплиной. Визуальное представление численных решений зависит в первую очередь от возможностей вычислительных систем, а во вторую — от уровня решаемых задач математического моделирования и используемых при этом численных методов.

В связи с этим становится очень важным и актуальным направлением создание и развитие систем специализированных интерфейсов в задачах научной визуализации, позволяющих обработку и визуальное представление численных данных. Использование таких систем позволит отлаживать наиболее нужный вид, метод, алгоритм визуального представления для объекта или явления в классе задач, создавать сценарий визуального представления и автоматически переносить этот сценарий на другой объект из этого класса задач.

Исходя из актуальности решения задачи визуализации численных данных и необходимости создания автоматизированной обучающей системы моделирования процессов разработки нефтегазовых месторождений, появилась потребность в написании программного обеспечения, основными функциями которого являются сбор данных о нефтяном пласте с последующей визуализацией результатов моделирования процессов его разработки, решение задачи управления процессом разработки, оптимизация сетки скважин, решение нестационарной задачи распределения давления и нефтенасыщенности внутри нефтяного пласта.

## **§ 1. Описание математической модели фильтрации двухфазной жидкости в пористой среде**

Будем предполагать, что на нефтяном пласте расположены скважины двух типов: добывающие и нагнетательные, закачивающие в пласт воду. Под давлением воды нефть движется по направлению к добывающим скважинам. Также предполагаем, что вода и нефть перемешиваются. Обводненность пласта характеризуется величиной нефтенасыщенности. При заданных граничных условиях, то есть геометрии пласта, начальном значении давления и дебите скважин, необходимо рассчитать распределение давления жидкости и величины нефтенасыщенности во времени.

Движение жидкости в пористой среде происходит под воздействием гидравлического потенциала (напора или давления). Для неоднородной среды, когда значение величины проницаемости породы зависит от направления, имеет место обобщенный закон Дарси [4]:

$$\vec{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla P, \quad (1)$$

где  $\vec{v}$  — вектор скорости фильтрации жидкости,  $P$  — пластовое давление,  $\mu$  — вязкость жидкости,  $\mathbf{k}$  — тензор проницаемости. Если выбрать систему координат, координатные оси которой

совпадают с главными осями тензора  $\mathbf{k}$ , то (1) эквивалентно

$$\vec{v}_i = -\frac{k_i}{\mu} \nabla P,$$

где  $k_i$  — проницаемости породы вдоль главных осей анизотропии. Для трехмерного случая можно записать так:

$$\vec{v} = -\sum_{i=1}^3 \frac{k_i}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x_i} e_i,$$

где  $e_i$  — координатные орты.

Из условия, что в элемент пространства некоторого объема  $V$  должно втекать столько же жидкости, сколько из него вытекает, получается уравнение неразрывности для жидкости с постоянной плотностью  $\rho$ :

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0.$$

При решении некоторых задач приходится допускать, что в некоторых местах потока  $\operatorname{div}(\vec{v})$  не равна нулю. Такие места называются источником или стоком, смотря по тому, положительна или отрицательна для них величина  $\operatorname{div}(\vec{v})$ . В рассматриваемой задаче этими точками будут являться добывающие или нагнетательные скважины с дебитом  $q$ ; таким образом,

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = \bar{q}, \quad \bar{q} = \frac{q}{\rho V}.$$

Существует множество стандартных способов размещения скважин. В работе также ставится задача оптимального расположения новых скважин, таким образом, чтобы установившееся давление на забое скважин было максимальным.

Численное решение будем искать на треугольной сетке, некоторыми узлами которой будут являться скважины. Стационарная задача заключается в решении следующего уравнения фильтрации жидкости при известном значении давления на границе пласта:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{k} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{k} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \bar{k} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \bar{q}. \quad (2)$$

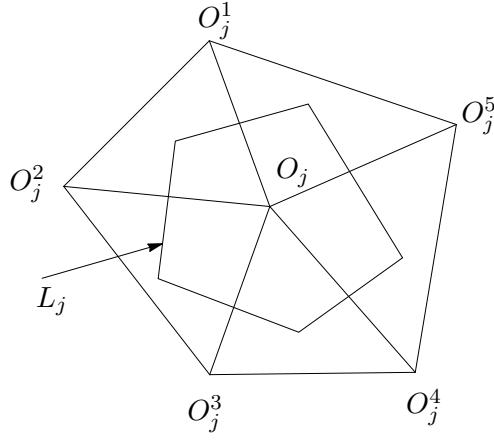
В реальных задачах, связанных с прогнозом дальнейшей работы уже эксплуатирующихся месторождений, особенно с учетом работы нагнетательных скважин в режиме внутриконтурного заводнения, постановка задачи фильтрации значительно усложняется. В этом случае необходимо рассматривать фильтрацию двухфазной жидкости, состоящей из смеси двух фаз — нефти и воды. При учете упругих свойств грунта и сжимаемости жидкости общее уравнение для нестационарной задачи фильтрации запишем в следующем виде:

$$\operatorname{div}(\bar{k} \nabla P) = \alpha \frac{\partial P}{\partial t} + \bar{q}, \quad (3)$$

где  $P = P(x, y, z, t)$  — функция распределения давления,  $\bar{k} = -\frac{k(x, y, z)}{\mu(x, y, z)}$  — отношение коэффициента проницаемости к вязкости жидкости,  $\bar{q}$  — приведенный дебит,  $\alpha$  — коэффициент упругоемкости среды.

Задача двухфазной фильтрации имеет существенные отличия от фильтрации несмешивающихся жидкостей: не существует четкой линии раздела различных сред, в систему уравнений входит первая производная по времени.

Полное описание процесса фильтрации должно содержать информацию о граничных условиях. Для месторождений платформенного типа указать естественную границу и тем более распределения давления или потоков на этой границе невозможно. Поэтому принимается некоторая гипотеза относительно строения пласта на границе и условий на границе. Гипотеза может быть следующей: на достаточно удаленном контуре давление постоянно и равно начальному



**Рис. 1.** Элементарная ячейка

пластовому давлению. Такое предположение приемлемо, так как основной вклад в распределение давления и потоков вносят скважины.

В работе [3] показана возможность применения метода, получившего название «метод контурной аппроксимации», для уравнений с разрывными коэффициентами, даны примеры получения коэффициентов уравнений и аппроксимации граничных условий. Для решения стационарной задачи будем применять метод контурной аппроксимации, основанный на использовании формул Грина:

$$\iint_S \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \psi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \psi \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right) ds = - \int_L \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dl. \quad (4)$$

Данные интегральные формулы имеют следующие особенности: интеграл от дифференциального оператора выражается через интеграл от дифференциального оператора первого порядка, интеграл по области сводится к интегралу по контуру, окружающему область, то есть к интегралу, имеющему размерность на единицу меньше. С уменьшением размерности интеграла и порядка дифференциального оператора интегральные формулы делаются удобными при приближенном решении краевых задач.

Интегральные формулы, справедливые для всей моделируемой области  $S$ , справедливы и для любой ее части. Поэтому можно разбить данную область на  $N$  ячеек и для каждой ячейки записать интегральную формулу. В уравнении (4) произведем замену:  $\psi(x, y, z) = \bar{k}(x, y, z)$ ,  $\varphi(x, y, z) = P(x, y, z)$ . Тогда, согласно (4),

$$-\int_{L_j} \bar{k} \frac{\partial P}{\partial n} dl = \iint_{S_j} \bar{q}_j ds = B_j, \quad j = \overline{1, N}, \quad (5)$$

где  $S_j$  —  $j$ -я ячейка,  $L_j$  — контур, ограничивающий ячейку  $S_j$ ,  $B_j$  — некоторая константа.

Если внутри каждой ячейки  $S_j$  выбрать одну и только одну точку  $P_j$ , то можно по приближенным формулам найти значения нормальной производной на контуре  $L_j$  через разности значений функций в точке  $P_j$  и точках  $P_i$ , расположенных в элементарных ячейках (см. рис. 1)  $S_i$ , соседних ячейке  $S_j$ . Совокупность точек  $P_j$  и лучей  $h_{ij}$ , соединяющих соседние точки  $P_j$  и  $P_i$ , образуют треугольную сетку. Чтобы погрешность от замены нормальной производной разностью была наименьшей, стороны контура  $L_j$ , разделяющего ячейки  $S_j$  и  $S_i$ , должны быть перпендикулярны к отрезкам  $h_{ij}$  и проходить через его середины (точку  $O_{ij}$ ). Тогда вместо формулы (5) можно записать следующую формулу:

$$\sum_i A_{ij} (\bar{\varphi}(P_i) - \bar{\varphi}(P_j)) = B_j, \quad j = \overline{1, N},$$

$$A_{ij} = \frac{\bar{k}(O_{ij})l_{ij}}{h_{ij}},$$

где  $\bar{\varphi}(P)$  — сеточная функция, определяемая только в узловых точках сетки и являющаяся приближенным решением уравнения (2).

Для решения задач фильтрации регулярные сетки практически неприменимы, так как требуют очень большого числа узловых точек. Для этих задач характерно наличие двух зон: центральной, в которой находятся те или иные сооружения (скважины, шахты и т. д.) и периферийной, на границе которой задаются краевые условия. В центральной зоне шаги сетки приходится выбирать достаточно мелкими, чтобы можно было детально изучить процессы в этой зоне. На периферии шаги можно выбирать на порядок больше. Поэтому целесообразно для решения задач фильтрации применять нерегулярные сетки [4].

Из способа аппроксимации следуют правила построения сетки:

- 1) каждая точка области  $S$  должна принадлежать только одной из ячеек  $S_j$  или граничному контуру  $L_j$ ;
- 2) каждая сторона контура  $L_j$  должна проходить через середину отрезка  $h_{ij}$ , перпендикулярно этому отрезку;
- 3) каждой точке сетки  $O_j$ , в которой значение искомой функции неизвестно, должна соответствовать своя ячейка  $S_j$ .

Согласно используемому для расчета методу контурной аппроксимации область нефтяного пласта разбивается на элементарные области — ячейки, в центре которых находится скважина. Количество таких ячеек совпадает с числом скважин. Расчет давления в элементарной ячейке с номером  $j$  выполняется по формуле

$$\sum_{i=1}^{l_j} A_{ij} (P_i - P_j) = F_j,$$

где  $l_j$  — количество соседних точек в ячейке,  $P_i$  — значение давления в соседних точках,  $A_{ij}, F_j$  — числовые коэффициенты, зависящие от формы ячейки.

Метод контурной аппроксимации позволяет перейти от решения системы дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных к системе линейных уравнений, которую будем решать итерационным методом верхней релаксации, где значение на следующей итерации будет вычисляться по следующей формуле:

$$P_j^{(\kappa+1)} = P_j^{(\kappa)} + \zeta \left( \tilde{P}_j - P_j^{(\kappa)} \right), \quad (6)$$

где  $\zeta$  — коэффициент релаксации,  $\kappa$  — номер итерации. Далее, итерируем до тех пор, пока

$$\left| P_j^{(\kappa+1)} - P_j^{(\kappa)} \right| = \varepsilon_j, \quad \max_j \varepsilon_j \leq \varepsilon, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  — точность вычисления. Оценка вычислительной погрешности данной итерационной схемы дана в работе [5]:

$$\delta_m \leq M_0 N \varepsilon,$$

где  $\delta_m$  — максимальное значение погрешности рассчитанной функции,  $M_0$  — некоторая постоянная,  $N$  — число элементарных ячеек. Нестационарная задача решается по неявной схеме:

$$L(P(t_0 + \tau)) = \tau^{-1} \alpha (P(t_0 + \tau) - P(t_0)),$$

где  $L$  — оператор эллиптического типа,  $\alpha$  — некоторая константа больше нуля. Эта схема устойчива при любых шагах  $\tau$ .

Пусть  $P_j(t_k)$  — значение сеточной функции в точке  $j$  в момент времени  $k$ ,  $P_j(t_k + \tau)$  — значение сеточной функции в точке  $j$  в момент времени  $k + 1$ . Как известно, вычисление производной через разности значений функции на концах отрезка  $[t_k, t_{k+1}]$  дает наименьшую

погрешность при отнесении этой производной к середине отрезка, то есть к моменту времени  $t_k + \tau/2$ .

Для уменьшения погрешности целесообразно применение алгоритма двойного шага. Функция  $P_j$  принимается линейной на отрезке  $[t_k, t_k + 2\tau]$ , где  $\tau$  — шаг по времени. Тогда значение функции  $P_j(t)$  для всех точек  $j$  будем находить по формуле

$$P_j(t_k + \tau) = (P_j(t_k) + P_j(t_k + 2\tau))/2. \quad (8)$$

Тогда уравнение (3) для момента времени  $t_0$  запишем в следующем разностном виде:

$$P_j(t_0 + 2\tau) = P_j(t_0) + \frac{2\tau}{\alpha} (\operatorname{div}(\bar{k}\nabla P_j(t_0 + \tau)) - \bar{q}). \quad (9)$$

На первом шаге итерации предполагаем, что  $P_j(t_0 + \tau) = P_j(t_0)$ , и, исходя из (8), вычисляется значение  $P_j(t_0 + 2\tau)$ . Далее решается уравнение вида

$$\operatorname{div}(\bar{k}\nabla\phi) = F, \quad (10)$$

где  $F$  — константа, определяемая из уравнения (9),  $\phi$  — искомая функция, согласно нашим обозначениям  $P_j(t_0 + \tau) = \phi$ . Решение уравнения (10) проводится по схеме (6)–(7) для решения стационарной задачи фильтрации. Таким образом, в уравнении (10) правая часть будет пересчитываться до тех пор, пока значения  $P_j(t_0 + \tau)$  на соседних итерациях будут больше некоторой заданной величины. Для нахождения давления на следующем временном слое полагаем, что  $P_j(t_0 + 2\tau) = P_j(t_0 + \tau)$ , и повторяем все шаги алгоритма.

Для вычисления значений нефтенасыщенности  $S = S(x, y, z, t)$  используется экспериментально установленный факт, что при движении смеси нескольких жидкостей закон Дарси может в широких пределах считаться справедливым для каждой фазы в отдельности. Если еще пренебречь учетом капиллярного эффекта, что вполне допустимо при большом пластовом давлении, и учесть уравнение неразрывности фаз жидкости, то следует уравнение

$$m \frac{\partial S}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{v}) + \bar{q},$$

которое можно решить по следующей разностной схеме:

$$S_j(t_k + \tau) - S_j(t_k) = -\frac{\tau}{m} \operatorname{div}(\bar{k}\nabla P_j(t_k + \tau)) + \frac{\tau\bar{q}}{m},$$

где  $m$  — пористость среды,  $t_k$  —  $k$ -й момент времени,  $P_j(t_k + \tau)$  — уже известное значение сеточной функции давления, то есть по значению давления определяется нефтенасыщенность.

Также для данной модели ставится и решается задача оптимизации местоположения скважин относительно первоначально заданного таким образом, чтобы максимизировать давление на забоях.

## § 2. Описание алгоритма визуализации и процесса моделирования

В предлагаемом способе решения задачи разбиение пласта основано на построении сетки из треугольников (триангуляция). Как известно из аналитической геометрии, через три точки можно провести плоскость, при этом интенсивность цвета заливки сделать пропорционально давлению. Для каждого построенного треугольника с известными координатами своих вершин вида  $(x, y, P)$ , где  $P$  — вычисленное давление в точке с координатами  $(x, y)$  на пласте, находится уравнение плоскости вида  $A * x + B * y + C * p + D = 0$ , где коэффициенты  $A, B, C, D$  определяются по трем точкам (вершинам треугольника). Таким образом, везде внутри и на границе рассматриваемого треугольника давление можно аппроксимировать следующим образом:

$$P = (D - A * x - B * y)/C$$

Зная максимальное ( $p_{\max}$ ) и минимальное ( $p_{\min}$ ) значения давления в пределах рассматриваемого треугольника, интенсивность компоненты цвета, отвечающего за обозначение градиента давления, вычисляем по формуле

$$red = (p - p_{\min}) * 255 / (p_{\max} - p_{\min}).$$

Программа состоит из четырех модулей. Каждый модуль — это отдельное окно программы.

Основной функцией первого модуля является обеспечение взаимодействия с пользователем, а именно сбор информации, необходимой для последующего моделирования. Большинство элементов в окне изначально неактивно (во избежание различного рода ошибок). Условно это окно можно разбить на три части. Первая часть отвечает за сбор информации о геометрии пласта, а также о местах расположения нагнетательных и добывающих скважин. В первую очередь нужно получить информацию о геометрии пласта, поэтому изначально пользователю доступна только функция по работе с пластом.

Для задания границ пласта по опорным точкам на форму помещена кнопка «Создать пласт». В дальнейшем все опорные точки соединятся линиями в порядке расположения их по часовой стрелке, тем самым будут сформированы границы пласта. Также станут активными следующие элементы: кнопка «Нагнетательная скважина», кнопка «Добывающая скважина», панель для ввода данных по пласту, кнопка «Расчет данных».

Вторая часть отвечает за сбор информации о пласте и скважинах. Для этого на форму помещены компоненты Panel, группирующие интерфейс. На Panel — соответственно Label (надписи) и Edit (однострочные текстовые поля, служащие для ввода данных пользователем). Для ввода данных о пласте созданы надписи «Начальное пластовое давление», «Нефтенасыщенность», «Толщина пласта», «Пористость» и, соответственно, к ним поля Edit-ы для ввода данных в определенном диапазоне.

В предлагаемой модели используются следующие определения: начальное пластовое давление — это любое вещественное число, измеряющееся в паскалях; нефтенасыщенность — это число из отрезка  $[0, 1]$ ; толщина пласта измеряется в метрах, не может равняться нулю; пористость — характеристика материала, совокупная мера размеров и количества пор в твердом теле из интервала  $(0, 1)$ . Для ввода данных по скважинам на Panel помещены два компонента TabControl (элемент с вкладками), отдельно для каждого типа скважин. При добавлении скважины на холст в TabControl появляется новая вкладка. На каждый TabControl помещены надписи по вводу дебита скважины и Edit для ввода данных. Таким образом, для каждой скважины существует своя вкладка для ввода дебита по ней. Дебит — это объем воды, стablyно поступающий из некоторого естественного или искусственного источника в единицу времени. В нашей задаче дебит измеряется в  $\text{м}^3/\text{сут}$ . Проверка на ввод данных совпадает с вводом данных по пласту, отличие лишь в том, что дебит нагнетательной скважины — отрицательный, дебит добывающей скважины — положительный. Для исключения ошибок в массивах дебитов скважин после ввода первых дебитов каждого типа скважин данное значение дебита присваивается всем скважинам, а дальше пользователь может изменять дебиты скважин. Также кнопки для добавления скважин становятся неактивными. На данном этапе вся информация, необходимая для вычислений, введена с клавиатуры.

Третья часть отвечает за вычисления и визуализацию результатов. Для этого на форму помещены кнопки «Расчет данных», «Решение стационарной задачи», «Оптимизация стационарной задачи», «Решение нестационарной задачи». Из них после ввода всех данных активна лишь кнопка «Расчет данных», так как невозможно просмотреть результаты, не просчитав их. Если кликнуть на кнопку «Расчет данных», все собранные данные передаются в функцию, которая выполняет триангуляцию созданного пласта. Распределение давления жидкости и нефтенасыщенности для стационарной задачи осуществляется с помощью кнопки «Решение стационарной задачи».

Основной функцией второго модуля является просмотр результатов вычислений для стационарной задачи. Вызывается это окно нажатием на кнопку «Решение стационарной задачи» главного окна программы. Исходные данные для вычислений берутся из первого модуля.

Для отображения результата на форму помещен компонент Image и используется его свойство «холст». Чтобы отобразить перепады давления, вычисляем минимальное и максимальное давление. То есть интенсивность красного цвета, равная нулю, — это максимальное давление. Интенсивность красного, равная двумстам пятидесяти пяти, — это минимальное давление. Для всех остальных значений давления интенсивность вычисляется пропорционально. Зная интенсивность красного в каждой вершине и скважине, в первую очередь с помощью функ-

ции DrawLine, описанной в основном алгоритме программы, соединяется между собой вершины пласта, после этого каждая голова списка (скважина) соединяется с каждым элементом хвоста списка (скважины и вершины пласта). На холсте Image получается рисунок в виде сетки, при этом каждая прямая сетки — это градиент. Для того чтобы закрасить пустую область, между всеми прямыми элементарных ячеек, с помощью функции GetRValue, считывается количество красного цвета в каждом пикселе соседних прямых и после этого между этими прямыми с помощью этой же функции DrawLine проводится линия. Таким образом, закрашивается вся область, так как каждая вершина и каждая скважина входит хотя бы в одну элементарную ячейку. В итоге получается пласт, окрашенный в красный цвет с разным оттенком, где темный оттенок означает высокое пластовое давление, а светлый — низкое.

Функцией третьего модуля является просмотр результатов вычислений по оптимизации стационарной задачи, а также получение оптимизированной сетки скважин на пласте. Вызывается это окно нажатием на кнопку «Оптимизация стационарной задачи». Данные для визуализации берутся также из первого модуля. Для отображения результатов на форму помещено два компонента Image. На первом холсте отображается решение стационарной задачи после оптимизации в виде картинки с оттенками красного. На втором холсте отображается пласт с оптимальным вариантом расположения скважин. Алгоритм построения полностью совпадает с алгоритмом построения пласта и скважин на главной форме. В итоге получается пласт, окрашенный в красный цвет с разным оттенком, показывающим разный уровень давления и пласт с новой расстановкой скважин.

Функцией четвертого модуля является просмотр результатов вычислений для нестационарной задачи. Вызывается это окно нажатием кнопки «Решение нестационарной задачи» главного окна программы. Важным моментом при эксплуатации нефтяного месторождения является изменение распределения давления жидкости во времени и показателя нефтенасыщенности, поэтому для отображения результатов нестационарной задачи необходимо использовать трехмерную визуализацию. Для решения данной задачи в Visual Studio был установлен новый компонент OpenGL. OpenGL — открытая графическая библиотека, определяющая независимый от языка программирования платформонезависимый программный интерфейс для написания приложений, использующих двухмерную и трехмерную компьютерную графику.

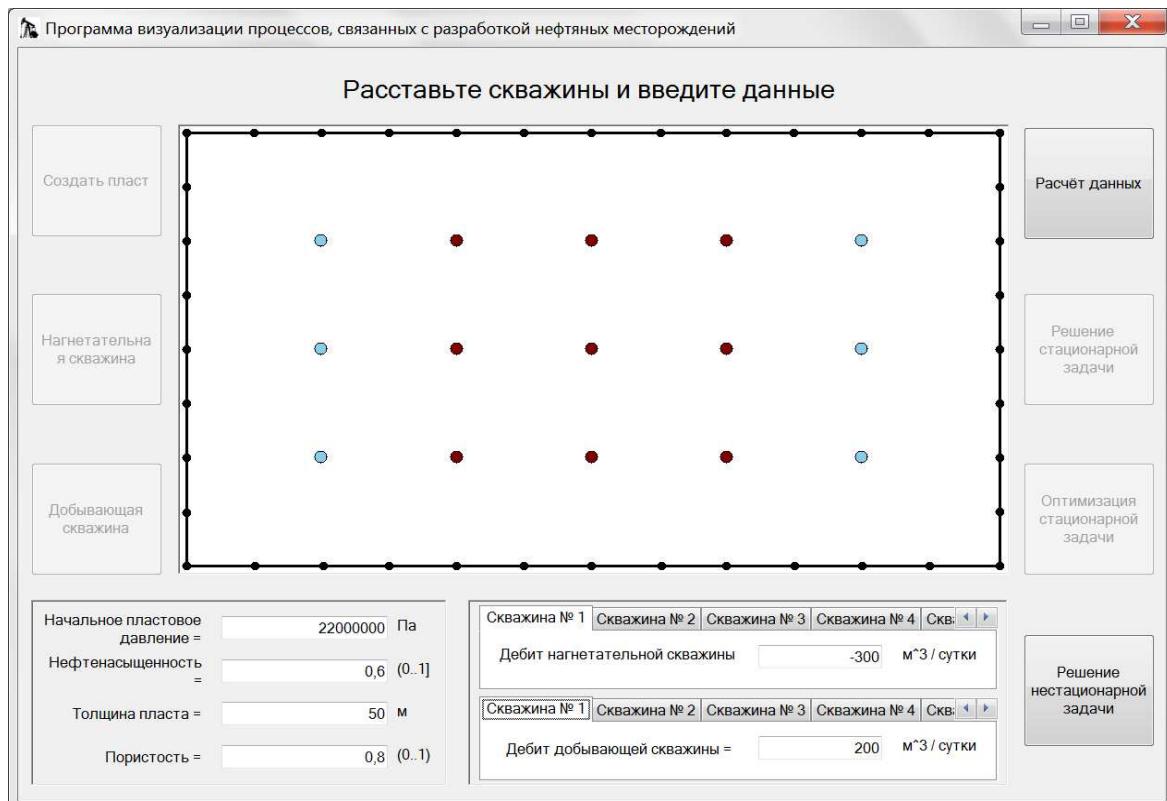
С помощью библиотеки GLU (для запуска программы необходимы glu32.dll и opengl32.dll) программирование трехмерной графики становится более простым и быстрым. OpenGLControl — это элемент управления, в котором мы рисуем средствами OpenGL. Этот элемент управления не является формой, он должен быть размещен на какой-либо форме. Для отображения результатов вычислений нестационарной задачи, а это изменение давления, нефтенасыщенности во времени, на форму помещены две кнопки: первая кнопка называется «Отобразить процессы для первых суток», вторая кнопка — «Отобразить процессы для остальных суток».

Для каждой скважины создаются специальные графические объекты (конусы), где радиус конуса означает пластовое давление под скважиной в данный момент времени. Изменение радиуса конуса связано с изменением давления. Одна часть конуса окрашивается в черный цвет, а другая часть — в синий (в зависимости от величины нефтенасыщенности). Разница окраски конусов скважин в том, что у нагнетательных скважин синий цвет сверху, а у добывающих — снизу. В результате на экране визуализирован процесс изменения нефтенасыщенности и давления под каждой скважиной для всех моментов времени.

### § 3. Анализ результатов вычислительного эксперимента

Для реализации поставленной задачи была выбрана среда разработки Microsoft Visual Studio 2010. Visual Studio включает в себя редактор исходного кода с поддержкой технологии IntelliSense и возможностью простейшего рефакторинга кода.

Для проведения вычислительного эксперимента была выбрана стандартная трехрядная система размещения скважин и заданы исходные данные по пласту, которые представлены в графическом виде (см. рис. 2), а именно: начальное пластовое давление — 22 МПа, нефтенасыщенность — 0.6, толщина пласта — 50 м, пористость пласта — 0.8, дебит нагнетательных скважин — 300 м<sup>3</sup>/сут, дебит добывающих скважин — 200 м<sup>3</sup>/сут на втором и четвертом рядах скважин,



**Рис. 2.** Главное окно программы

100 м<sup>3</sup>/сут на центральном ряду.

Необходимым условием визуализации процессов разработки является численный расчет данных, состоящий из последовательных этапов.

Первым этапом является решение задачи построения правильной треугольной сетки для исходной задачи (см. рис. 3).

Второй этап — решение стационарной задачи фильтрации двухфазной жидкости в пористой среде по формулам (6)–(7). Результат визуализации данного решения см. на рис. 4.

После запуска процедуры оптимизации получены новая схема размещения скважин и поле распределения давления (см. рис. 5).

Сравнение представленных результатов приводит к следующему выводу: оптимальное расположение скважин позволило увеличить разницу между давлениями на забоях нагнетательных и добывающих скважин, что несложно проанализировать на представленных рисунках (см. рис. 4, 5).

Результаты решения нестационарной задачи дают значения распределения давления и нефтенасыщенности по времени, то есть возможность просмотреть процесс изменения этих параметров от начального состояния до конечного. Ниже приведены результаты визуализации расчетов для начального, промежуточного и конечного моментов времени (см. рис. 6–8).

Итак, для решения задачи визуализации процессов, связанных с разработкой нефтяных месторождений, были решены следующие задачи:

- 1) создан графический пользовательский интерфейс для ввода данных по пласту и просмотра результатов вычислений;
- 2) реализован алгоритм отображения градиента давления;
- 3) создано графическое представление результатов численного моделирования стационарной задачи и обеспечено оптимальное расположение скважин с учетом максимального давления, установившегося на забоях скважин;
- 4) выполнена визуализация результатов нестационарной фильтрации двухфазной жидкости

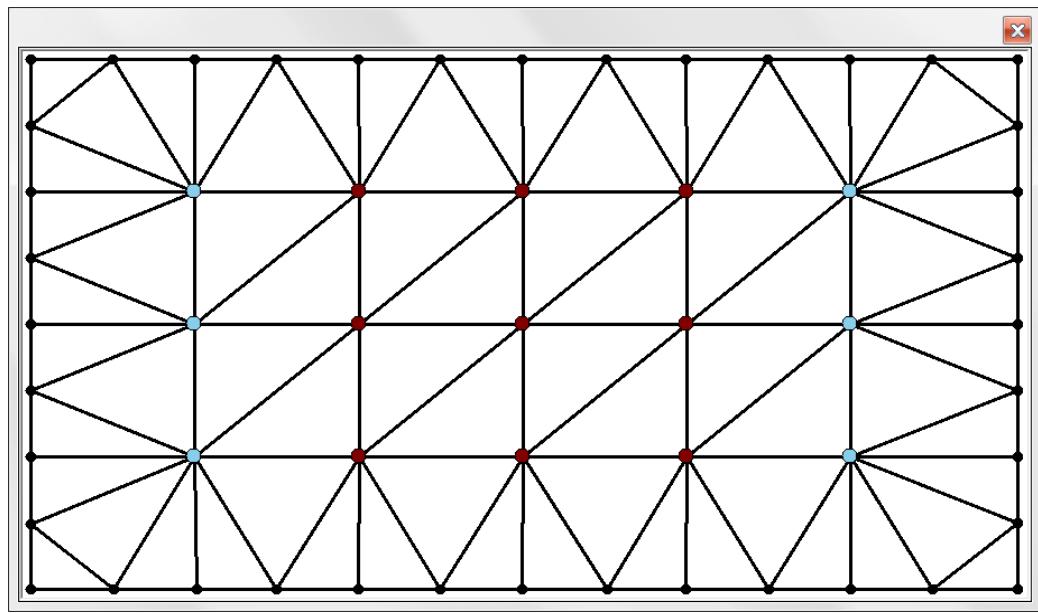


Рис. 3. Результат триангуляции заданной области

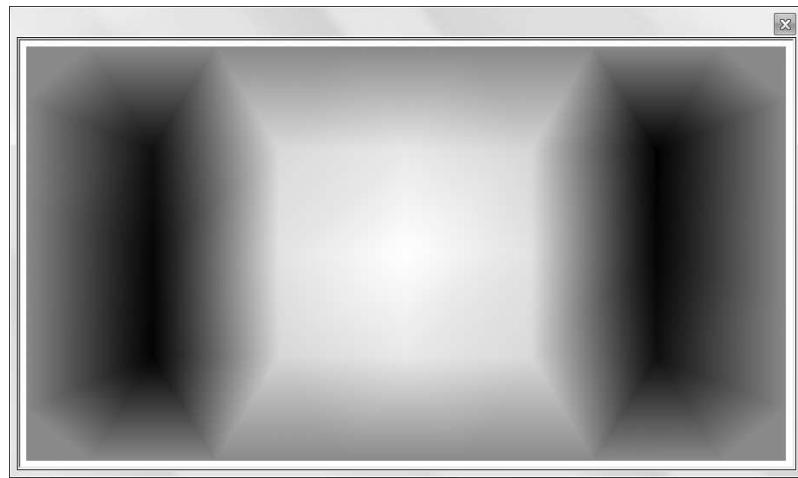
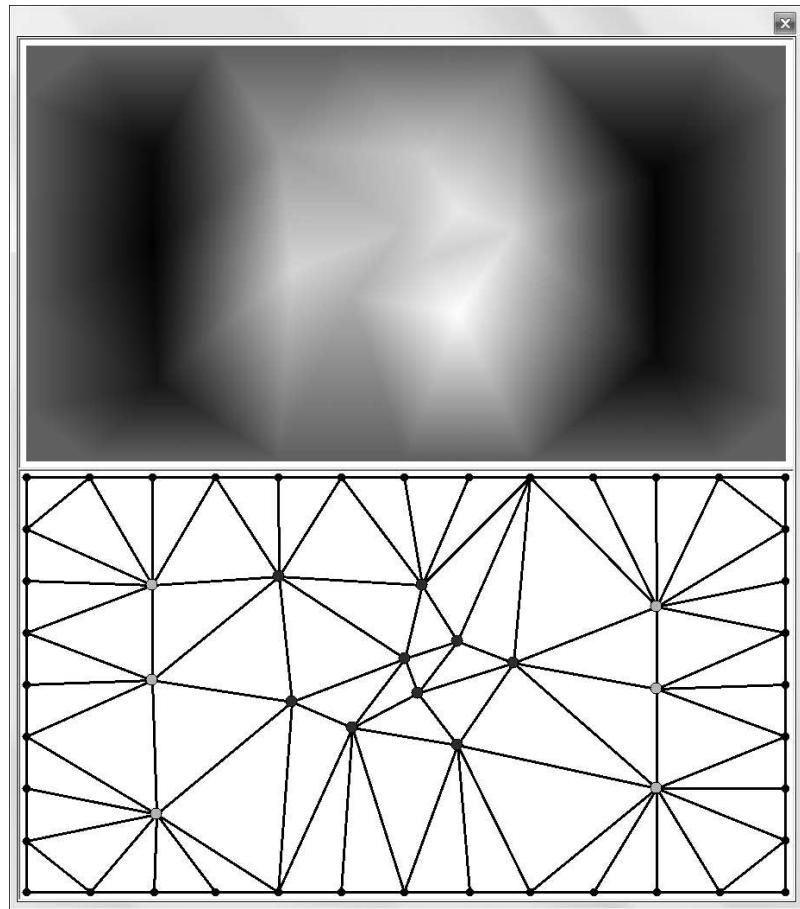
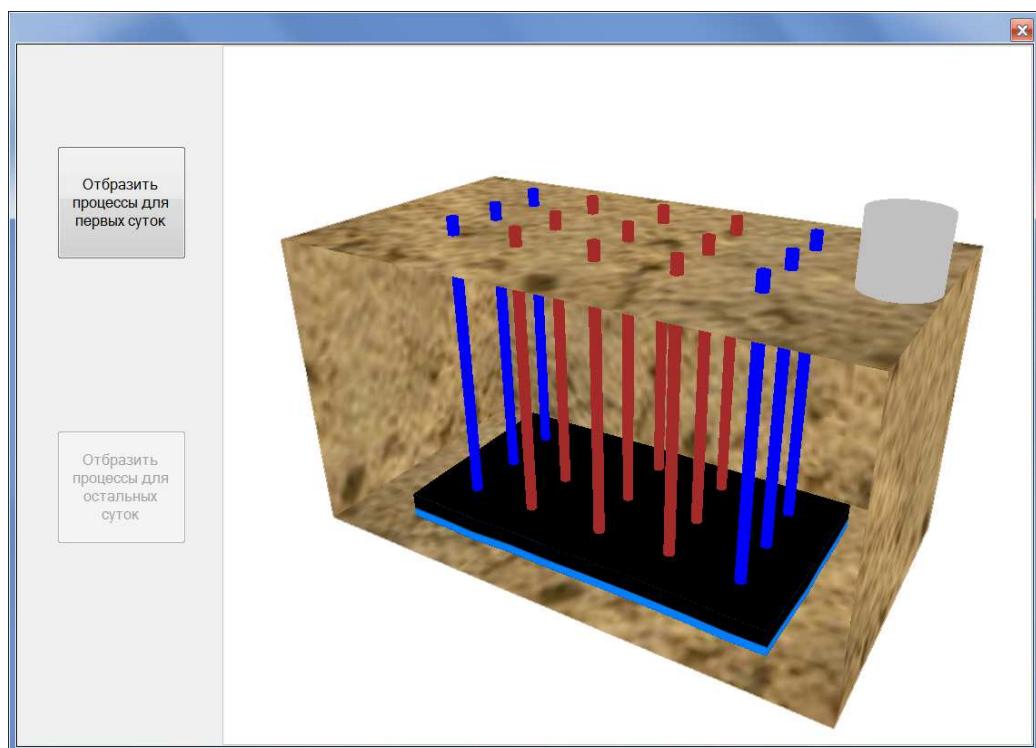


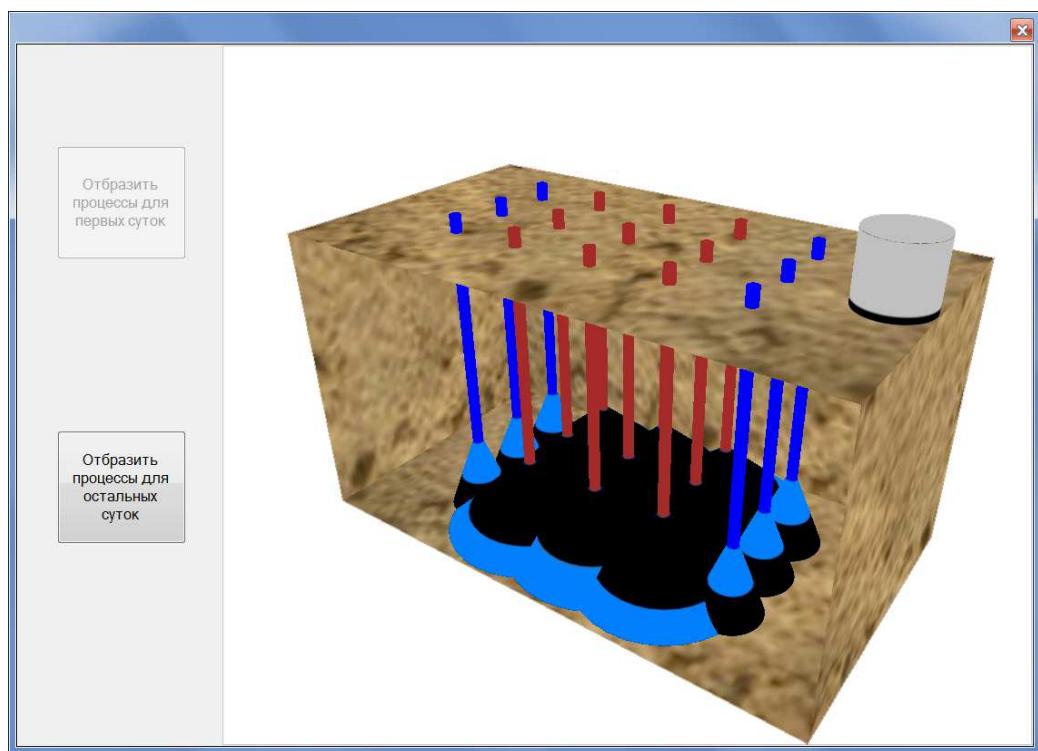
Рис. 4. Распределение давления в пласте при решении стационарной задачи (темный оттенок — высокое значение давления, светлый оттенок — низкое)



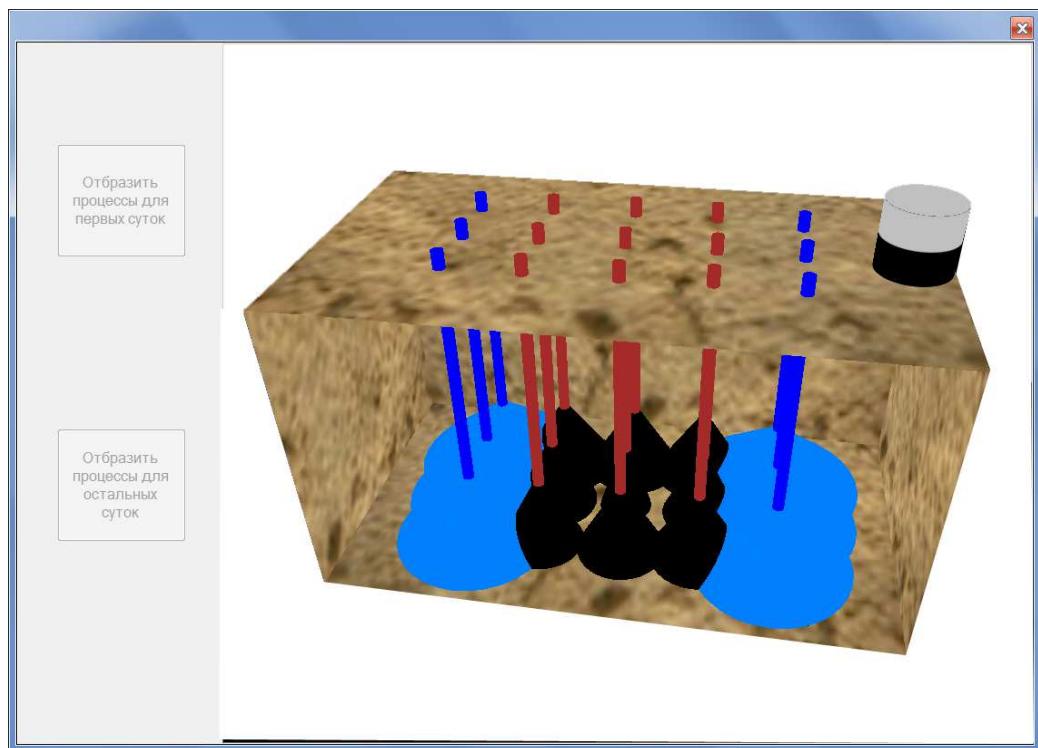
**Рис. 5.** Распределение давления после оптимизации размещения скважин



**Рис. 6.** Пласт в начальный момент времени



**Рис. 7.** Распределение давления и нефтенасыщенности после начала эксплуатации пласта



**Рис. 8.** Распределение давления и нефтенасыщенности на заключительном этапе эксплуатации пласта

в пласте;

- 5) на тестовых задачах произведена проверка и отладка созданной программы;
- 6) разработанный программный комплекс может быть использован в учебном процессе.

#### Список литературы

1. Peaceman D.W., Rachford Jr. H.H. Numerical calculation of multidimensional miscible displacement // *Society of Petroleum Engineers Journal*. 1962. Vol. 2. Issue 4. P. 327–339. DOI: 10.2118/471-PA
2. Peaceman D.W., Rachford Jr. H.H. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations // *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1955. Vol. 3. Issue 1. P. 28–41. DOI: 10.1137/0103003
3. Бухман В.Е. Основы метода контурной аппроксимации для приближенного решения краевых задач на нерегулярных сетках // Электронное моделирование. 1982. № 2. С. 11–18.
4. Баренблatt Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
5. Бухман В.Е. Практическое применение метода контурной аппроксимации для решения краевых задач на нерегулярных сетках // Электронное моделирование. 1982. № 4. С. 89–97.

Поступила в редакцию 01.03.2017

Ключков Михаил Аркадьевич, к. ф.-м. н., доцент, кафедра высокопроизводительных вычислений и параллельного программирования, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.

E-mail: mike919@udmru.ru

**M. A. Klochkov**

**To the solution of the visualization problem for the results of modeling the processes of oil and gas exploitation**

**Citation:** *Izv. Inst. Mat. Inform. Udmurt. Gos. Univ.*, 2017, vol. 49, pp. 3–16 (in Russian).

**Keywords:** optimization of the oil wells placement, oil saturation, management of oil and gas fields development.

MSC2010: 93A30, 68U20

DOI: 10.20537/2226-3594-2017-49-01

Congestions of hydrocarbons in crust represent oil and gas fields in which the complex physical processes proceed. The equations describing these processes give a numerical idea of characteristics of a deposit. Graphical representation of calculation results provides their best perception and application by experts. In this regard there is a need to introduce the innovative techniques of preparation based on the modern informational technologies into the process of training of specialists of oil and gas profile. In addition, the considerable advantage of computer modeling is that its use allows to unite all data inherent in layer, in one compact system which research without this method is impossible. Visual representation of numerical decisions depends, first of all, on capabilities of computing systems and, secondly, on the level of solvable problems of mathematical modeling and numerical methods used.

For studying the processes occurring at the development of oil and gas fields, it is offered to use a mathematical model of nonstationary filtration of two-phase liquid in a porous medium. Under pressure of water from intake wells, oil moves towards production wells, at the same time water and oil mix up. At the given boundary conditions, that is layer geometry, initial pressure and output of wells, the stationary and nonstationary problem of calculating the pressure profile of liquid and the size of oil saturation is set up, optimization of the scheme of wells placement and visualization of the received results are carried out.

#### REFERENCES

1. Peaceman D.W., Rachford Jr. H.H. Numerical calculation of multidimensional miscible displacement, *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1962, vol. 2, issue 4, pp. 327–339. DOI: 10.2118/471-PA
2. Peaceman D.W., Rachford Jr. H.H. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1955, vol. 3, issue 1, pp. 28–41. DOI: 10.1137/0103003
3. Bukhman V.E. Basics of the method of contour approximation for approximate solving boundary value problems on irregular grids, *Elektronnoe Modelirovanie*, 1982, no. 2, pp. 11–18 (in Russian).
4. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Teoriya nestatsionarnoi fil'tratsii zhidkosti i gaza* (Theory of nonstationary filtration of liquid and gas), Moscow: Nedra, 1972, 288 p.

5. Bukhman V.E. Practical application of the method of contour approximation for solving boundary value problems on the irregular grids, *Elektronnoe Modelirovanie*, 1982, no. 4, p. 89–97 (in Russian).

Received 01.03.2017

Klochkov Mikhail Arkad'evich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of High Performance Computing and Parallel Programming, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.  
E-mail: mike919@udmlink.ru