

УДК 336.717.061, 519.21

*А.В. Лётчиков***РАСЧЕТ ИНДИВИДУАЛЬНОГО КРЕДИТНОГО РИСКА С ПРИМЕНЕНИЕМ МОДЕЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

Исследуется проблема расчета индивидуального кредитного риска, учитывающего как индивидуальную кредитоспособность заемщика, так и параметры кредитного договора – длительность и стоимость кредита. Решение данной проблемы является актуальным для коммерческих банков, реализующих потребительское кредитование физических лиц, поскольку точная оценка индивидуального кредитного риска важна для принятия решения о выдаче кредита и участии в управлении совокупным риском кредитного портфеля. На сегодняшний день широкое применение получила методика расчета ожидаемых потерь по кредиту, предложенной соглашением Базель II и основанной на оценке вероятности дефолта заемщика за год в рамках скоринговой модели. Однако данная методика не позволяет переводить вероятность дефолта на весь срок кредитования и использует усредненную оценку стоимости активов, подверженных риску в момент объявления дефолта, что не учитывает индивидуальные параметры кредитного договора. Предложен алгоритм оценки индивидуального кредитного риска, позволяющий на основе оцененной с помощью скоринговой модели вероятности дефолта за год рассчитывать ожидаемые потери с учетом индивидуальных данных кредитного договора. Для применения предложенного алгоритма выведена формула при предположении о том, что случайный номер месяца выхода в дефолт имеет геометрическое распределение. На примере среднестатистического кредитного договора показано, что предложенная методика дает более адекватную оценку индивидуального кредитного риска.

*Ключевые слова:* кредитный риск, соглашение Базель II, скоринговая модель, вероятность дефолта, геометрическое распределение.

Одним из главных направлений современного банковского риск-менеджмента является управление кредитным риском. Это обусловлено важнейшей ролью кредитования в банковской деятельности и существенными отрицательными последствиями для национальной экономики и социальной стабильности, к которым приводят невозвраты кредитов. О значимости кредитного риска в банковской деятельности указывается как в многочисленных нормативных документах регулятора – Банка России (см., например, [1]), так и самими риск-менеджерами коммерческих банков [2].

В наиболее общей формулировке [3. С. 374] кредитный риск – это возможность потерь вследствие неспособности контрагентом выполнить свои договорные обязательства, связанные с возвратом заемных средств. Общая практика измерения кредитного риска показывает, что последствия кредитного риска определяются потерей основного долга и невыплаченных процентов за вычетом суммы восстановленных денежных средств. Разработанное и рекомендованное к внедрению соглашение Базель II [4-5] предполагает расчет ожидаемых потерь по кредиту на основе внутренних рейтингов и требует формировать резервы на уровне рассчитанных ожидаемых потерь. Поскольку резервирование является основным методом снижения кредитного риска банка, задача адекватной оценки ожидаемой величины будущих потерь является сегодня крайне актуальной для банковского риск-менеджмента.

Следует признать, что перед коммерческими банками, реализующими потребительское кредитование физических лиц, стоит важная задача индивидуальной оценки кредитоспособности заемщиков, на основе которой принимается решение о выдаче кредита. Среди методов решения данной задачи наиболее приоритетным считается расчет рейтинговой оценки заемщика по его ключевым характеристикам на основе скоринговых моделей (см., например, [6-7]). Как правило, сама скоринговая модель выстраивает некоторый рейтинг среди заемщиков, позволяющий при заданном уровне отказов выбирать наилучших с точки зрения риска заемщиков. Повсеместное применение Базельских соглашений потребовало от создателей скоринговых моделей довольно точной оценки вероятности дефолта заемщика, что сегодня реализовано на практике в большом количестве банков. Однако остается актуальным вопрос применения рассчитанной величины вероятности дефолта к оценке индивидуального кредитного риска.

По соглашению Базель II [4. С. 45] основной формулой расчета ожидаемых потерь  $EL$  по кредиту является следующая:

$$EL = PD \cdot EAD \cdot LGD, \quad (1)$$

где  $PD$  – вероятность наступления дефолта,  $EAD$  – подверженность кредитному риску, представляющая собой экономическую оценку стоимости активов, подверженных риску в момент объявления дефолта,  $LGD$  – потери в случае дефолта, отражающие долю невозвратного убытка при дефолте. При использовании формулы (1) к расчету индивидуального кредитного риска для физических лиц обычно применяются индивидуальная оценка вероятности дефолта  $PD$ , вычисленная с помощью скоринговой модели, среднестатистическая сумма  $EAD$  основного долга с начисленными процентами на момент выхода в дефолт и предельный уровень потерь  $LGD$ , рассчитанный с учетом частичного восстановления активов в зависимости от качества кредитного обеспечения ([8]). Согласно рекомендациям Базеля II, в качестве дефолта понимается просрочка платежей в течение 90 дней и более, а в качестве  $PD$  выбирается вероятность просрочки более 90 дней в течение первого года. Недостатки такого подхода и рекомендации по его улучшению широко обсуждались в литературе, обзор которой можно найти в книге [4].

Главные проблемы, с которыми сталкиваются банки при применении формулы (1) для расчета индивидуального кредитного риска, состоят в следующем. Во-первых, рассчитанную индивидуально вероятность выхода в просрочку 90 дней в течение года практически невозможно перевести в вероятность дефолта на весь срок кредитного договора, как это предлагается в работе [9] (описание результатов этой работы см. в книге [4. С. 89]). Предлагаемые Базелем II поправочные коэффициенты, корректирующие вероятность дефолта на срок до погашения [4. С. 53], не могут применяться к кредитованию физических лиц в российских банках и тем самым не решают проблему. Во-вторых, в условиях большого портфеля потребительского кредитования, обладающего свойством существенной неоднородности по длительности и стоимости кредитов, показатель  $EAD$ , вычисляемый в среднем, не отражает индивидуальный график погашения задолженности и, как правило, неадекватно отражает суммы, которые могут быть под риском в момент выхода в дефолт. Цель настоящей статьи – предложить методику оценки индивидуального кредитного риска, позволяющую на основе оцененной с помощью скоринговой модели вероятности дефолта за год рассчитывать ожидаемые потери с учетом индивидуальных данных кредитного договора.

Рассмотрим договор кредитования длительностью  $T$  месяцев с первоначальной суммой долга  $D$  и денежным потоком ежемесячных возвратов  $C_1, C_2, \dots, C_T$ . Обозначим через  $R$  полную стоимость кредита в годовых. Тогда  $r = \frac{R}{12}$  является эффективной процентной ставкой, начисляемой ежемесячно, и определяет коэффициент дисконтирования  $v = \frac{1}{1+r}$ . Выписанные величины удовлетворяют уравнению:

$$D = C_1 \cdot v + C_2 \cdot v^2 + \dots + C_T \cdot v^T. \quad (2)$$

Представим ежемесячную сумму возврата  $C_t$  в виде суммы:

$$C_t = U_t + V_t, \quad (3)$$

где  $U_t$  – часть суммы возврата в счет погашения основного долга,  $V_t$  – проценты, начисляемые на сумму текущего основного долга  $D_{t-1}$  в месяц  $t - 1$  по ставке  $r$ . Очевидно выписанные величины удовлетворяют следующим рекуррентным соотношениям:

$$V_t = r \cdot D_{t-1}, U_t = C_t - V_t, D_t = D_{t-1} - U_t, D_0 = D. \quad (4)$$

Обозначим через  $X_t$  сумму основного долга с начисленными процентами в момент  $t$ -го по счету погашения. Тогда в случае дефолта в месяц  $t$  это и есть экономическая оценка стоимости активов, подверженных риску. Нетрудно увидеть, что она находится по формуле:

$$X_t = D_{t-1} + V_t = (1 + r) \cdot D_{t-1}. \quad (5)$$

Для оценки ожидаемой величины долга в момент дефолта применим сценарный анализ (см., например, [3, гл. 8]). Для этого строим возможные взаимоисключающие сценарии. Для каждого из них определяем его вероятность и величину основного долга с начисленными процентами. В качестве базового (нулевого) сценария выберем ситуацию, когда за время действия кредитного договора дефолта не случилось. Вероятность базового сценария обозначим через  $P(0)$ . В этом случае активов, подверженных риску, нет, и убытки равны нулю:  $X_0 = 0$ . Соответственно альтернативными сценариями будут в том случае, если во время действия кредитного договора произошел дефолт. Пусть

номер месяца  $t$  первого выхода в дефолт заемщика определяет номер возможного сценария ( $t = 1, 2, \dots, T$ ). Тогда для  $t$ -го сценария вероятность его реализации  $P(t)$  есть вероятность первого выхода заемщика в дефолт в  $t$ -ом месяце, а величина долга под риском  $X_t$  находится по формуле (5). Очевидно, что  $P(0) + P(1) + \dots + P(T) = 1$ . В итоге ожидаемая величина долга под риском в момент дефолта вычисляется по формуле:

$$X = P(1) \cdot X_1 + P(2) \cdot X_2 + \dots + P(T) \cdot X_T. \quad (6)$$

С учетом полученной величины формулу (1) расчета ожидаемых потерь  $EL$  по кредиту можно поправить следующим образом:

$$EL = X \cdot LGD, \quad (7)$$

где  $LGD$  – потери в случае дефолта, отражающие долю невозвратного убытка при дефолте.

Для применения формул (2-7) к оценке кредитного риска на практике важным является адекватная оценка вероятностей дефолта  $P(t)$  на основе индивидуальной оценки вероятности дефолта  $PD$ . Выберем в качестве дефолта выход заемщика в просрочку более 15 дней. Статистические данные о выходах в дефолт по портфелю потребительских кредитов одного из региональных банков показывают, что распределение случайной величины  $\tau$  месяца выхода в дефолт адекватно моделируется геометрическим распределением (см. рис.). Также геометрическое распределение времени выхода в дефолт возникает, если рассматривать миграционную модель, основанную на цепях Маркова [10-11].

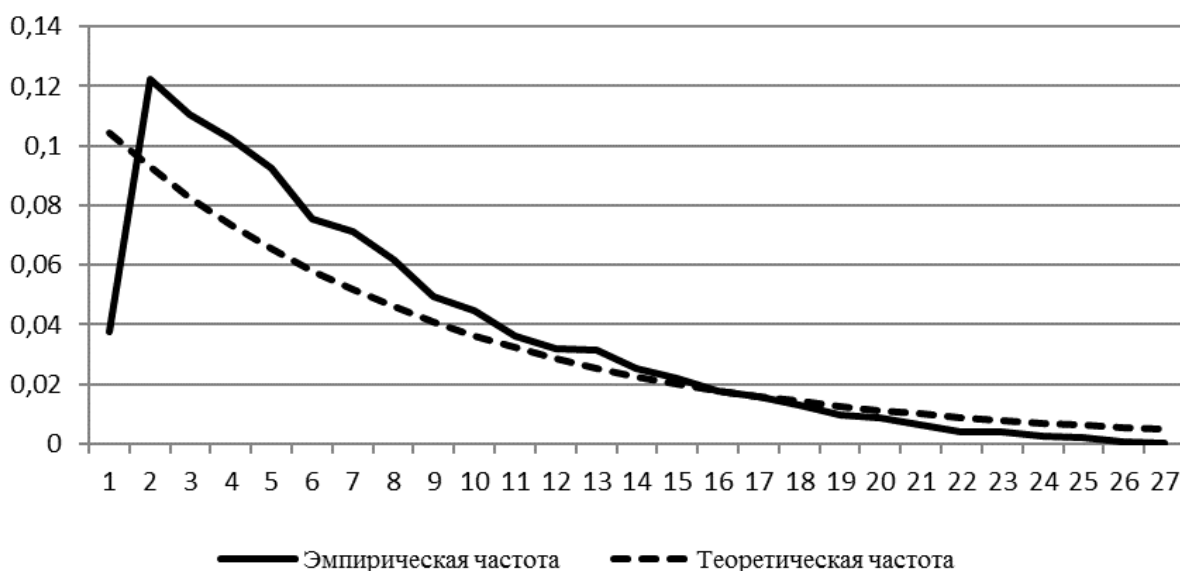


Рис. Сравнение фактической частоты выходов в просрочку более 15 дней с теоретической частотой, смоделированной геометрическим распределением

В этом случае сценарные вероятности  $P(t)$  определяются формулами:

$$P(t) = P\{\tau = t\} = p \cdot q^{t-1}, \quad (8)$$

где  $p + q = 1$ . Параметр  $p$  геометрического распределения определяет вероятность выхода в дефолт в течение месяца и находится по формуле:

$$p = 1 - (1 - PD)^{1/12}, \quad (9)$$

где  $PD$  – вероятность выхода в дефолт за 12 месяцев, рассчитанная скоринговой моделью по индивидуальным данным заемщика. Нетрудно увидеть, что вероятность  $P(0)$  базового сценария, что дефолта в течение срока кредита не случится, равна

$$P(0) = 1 - P(1) - P(2) - \dots - P(T) = 1 - (p + p \cdot q + \dots + p \cdot q^{T-1}) = 1 - p \cdot \frac{1 - q^T}{1 - q} = q^T.$$

Рассмотрим применение данной методики к аннуитетному кредитному договору, когда ежемесячные возвраты по кредиту одинаковые. Используя формулу суммы геометрической прогрессии, из формулы (2) находим, что размер ежемесячной выплаты равен

$$C = C_t = D \cdot \frac{r}{1-v^T}. \quad (10)$$

Текущий основной долг  $D_t$  в месяц  $t$  находится по формуле:

$$D_t = D \cdot \frac{1-v^{T-t}}{1-v^T}. \quad (11)$$

Это проверяется рекуррентными соотношениями (4). Для удобства представим  $D_t$  в следующем виде:

$$D_t = \frac{D}{1-v^T} \cdot \left(1 - \frac{v^T}{v^t}\right). \quad (12)$$

Подставим выписанное выражение в формулу (5). В итоге получим

$$X_t = \frac{D_{t-1}}{v} = \frac{D}{1-v^T} \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{v^T}{v^t}\right). \quad (13)$$

Используя формулы (8) и (13), сделаем соответствующие замены в сумме (6). Предполагая, что  $q \neq v$ , после простейших преобразований получаем

$$\begin{aligned} X &= \sum_{t=1}^T X_t \cdot P(t) = \sum_{t=1}^T \frac{D}{1-v^T} \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{v^T}{v^t}\right) \cdot p \cdot q^{t-1} = \\ &= \frac{D \cdot p}{v \cdot (1-v^T)} \cdot \sum_{t=1}^T q^{t-1} - \frac{D \cdot p \cdot v^T}{v \cdot (1-v^T)} \cdot \sum_{t=1}^T \left(\frac{q}{v}\right)^{t-1} = \\ &= \frac{D \cdot p}{v \cdot (1-v^T)} \cdot \frac{1-q^T}{1-q} - \frac{D \cdot p \cdot v^T}{v \cdot (1-v^T)} \cdot \frac{1-\left(\frac{q}{v}\right)^T}{1-\frac{q}{v}} = \frac{D \cdot (1-q^T)}{v \cdot (1-v^T)} - \frac{D \cdot (v^T - q^T)}{(1-v^T) \cdot (v-q)}. \end{aligned}$$

Подставляя полученное выражение в формулу (7), в итоге находим формулу расчета конечных потерь по договору кредитования:

$$EL = \frac{D \cdot LGD}{1-v^T} \cdot \left(\frac{1-q^T}{v} - \frac{v^T - q^T}{v-q}\right). \quad (14)$$

В случае  $q = v$  формула расчета конечных потерь по договору кредитования примет следующий вид:

$$EL = D \cdot LGD \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{T}{1-v^T}\right). \quad (15)$$

Произведем сравнение результатов применения двух моделей на примере среднестатистического аннуитетного договора автокредитования. В качестве базы расчета выбран портфель автокредитов, выданных в одном из региональных банков в течение года. Средний срок кредита составил 42 месяца, средняя эффективная процентная ставка по договору кредитования оказалась равной 18%. Дефолтность в течение года составила 11%. Средняя сумма выдачи по кредитам, вышедшим в дефолт, оказалась равной 464 762 рубля, средняя сумма долга в момент выхода в дефолт  $EAD$  – 422 224 рубля. Коэффициент  $LGD$ , рассчитанный по этому виду кредитования, составил 0,1069.

Рассмотрим аннуитетный договор кредитования со следующими среднестатистическими параметрами. Пусть сумма выдачи  $D=464\,762$  (руб.), процентная ставка по договору  $R=18\%$  годовых, срок кредитного договора  $T=42$  (мес.). Тогда ежемесячный платеж составит 14 995 руб. 20 коп. Предположим, что скоринговая модель дала прогноз по заемщику вероятности дефолта за год  $PD=0,11$ . Тогда ожидаемые потери, рассчитанные по формуле (1), составят 4 964 руб. 93 коп. или 1,07% от суммы выдачи. Ожидаемые потери, рассчитанные по формуле (14), составят 10 081 руб. 98 коп. или 2,17%. Заметим, что если изменить срок кредита с 42 месяцев на 12 месяцев, то ожидаемые потери, рассчитанные по Базелю II по формуле (1), не изменятся, поскольку они рассчитываются только на первый год кредита и фактически от срока кредита не зависят. Ожидаемые потери, рассчитанные с помощью модели геометрического распределения по формуле (14), оказываются равными 0,68%.

Таким образом, предложенная методика оценки ожидаемых потерь по кредиту по формулам (2-9) позволяет на основе оцененной с помощью скоринговой модели вероятности дефолта за год адекватно рассчитывать ожидаемые потери с учетом индивидуальных данных кредитного договора и тем самым решает для коммерческих банков, реализующих потребительское кредитование физических лиц, проблему оценки индивидуального кредитного риска. Применение модели геометрического распределения месяца выхода в дефолт по кредиту, по всей видимости, дает возможность более адекватно оценивать резервы под потери по портфелю кредитных договоров, а также более точно оценивать индивидуальную рисковую маржу, чтобы давать точный ответ на вопрос, покрывает ли полная стоимость предлагаемого кредита ожидаемые потери невозврата заемных средств вместе с трансфертными и банковскими издержками. В связи с этим интересным является вопрос о зависимости индивидуального кредитного риска и, соответственно, рискованной маржи от параметров кредитного договора (срока кредитного договора, процентной ставки, отложенных платежей, возможной реструктуризации или досрочного погашения) и индивидуальной вероятности дефолта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы: указание Банка России от 15.04.2015 № 3624-У // Вестн. Банка России. 2015. № 1. С. 15-35. URL: <https://www.cbr.ru/publ/Vestnik/ves150615051.pdf> (дата обращения: 20.08.2017).
2. Кудрявцева М. Идентификация значимых рисков: методические подходы и практические результаты // Риск-менеджмент в кредитной организации. 2017. № 3. С. 92-102. URL: [http://www.riskinfo.ru/upload/files/36/SRisks\\_2017.pdf](http://www.riskinfo.ru/upload/files/36/SRisks_2017.pdf)
3. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / под ред. канд. экон. наук А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. М.: Альпина Паблишер, 2009. 932 с.
4. Алескеров Ф.Т., Пеникас Г.И., Солодков В.М. Анализ математических моделей Базель II. 2-е изд., испр. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2013. 296 с.
5. Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: Уточненные рамочные подходы / Базельский комитет по банковскому надзору. Банк международных расчетов. 2004. 266 с.
6. Банных А.А., Лётчиков А.В. Методика оценки кредитного риска заемщика с применением скоринга бюро кредитных историй // Вестн. Удм. ун-та. 2013. № 2-4. С. 5-9.
7. Широбокова М.А., Лётчиков А.В. Сравнение методов калибровки скоринговой модели при прогнозировании логистической регрессией // Вестн. Удм. ун-та. Сер. Экономика и право. 2017. Т. 27, вып. 2. С. 74-79.
8. Банных А. А., Лётчиков А. В. Методика расчета экономического капитала на покрытие непредвиденных потерь по портфелю потребительских кредитов // Вестн. Удм. ун-та. Сер. Экономика и право. 2015. № 1. С. 18-24.
9. Philosophov L. Assessing Validity and Accuracy of the Basel II Model in Measuring Credit Risks of Individual Borrowers and Credit Portfolios. – Moscow Committee of Banking Affairs., Sept. 10, 2006.
10. Лётчиков А. В. Расчет индивидуальной рискованной маржи при выдаче потребительского кредита // Математические методы и интеллектуальные системы в экономике и образовании: материалы Всерос. заоч. науч.-практ. конф. Ижевск: Изд-во ИЭиУ УдГУ, 2016. С. 7-9.
11. Лётчиков А.В., Маркова А.А. Прогнозная оценка убытков по кредитному портфелю на основе миграционной модели // Математические методы и интеллектуальные системы в экономике и образовании: материалы Всерос. заоч. науч.-практ. конф. Ижевск: Изд-во ИЭиУ УдГУ, 2015. С. 10-12.

Поступила в редакцию 19.01.2018

*A.V. Letchikov*

#### **CALCULATION OF INDIVIDUAL CREDIT RISK BY THE GEOMETRIC DISTRIBUTION MODEL**

The article examines the problem of calculating individual credit risk, taking into account both the individual creditworthiness of the borrower and the parameters of the loan agreement, such as the duration and cost of the loan. The solution of this problem is relevant for commercial banks that sell consumer loans to individuals, since an adequate assessment of individual credit risk is significant in making decision to grant a loan and is involved in managing the overall risk of the loan portfolio. Nowadays the method, offered by the Basel II Accord and based on an assessment of the probability of default of the borrower for the year within the scoring model, has been widely used. However, this technique does not allow you to translate the probability of default for the entire loan period and uses an average estimate of the value of assets at risk at the time of default, which does not take into account the individual parameters of the loan agreement.

The article suggests an algorithm for estimating individual credit risk, which, based on the probability of default for a year estimated by the scoring model, can calculate the expected losses, taking into account the individual data of the loan agreement. To apply the proposed algorithm, a formula is derived under the assumption that the random number of the month of default has a geometric distribution. By the example of the average loan agreement it was shown that the proposed methodology gives more adequate estimate of individual credit risk.

*Keywords:* credit risk, Basel II Accord, scoring model, probability of default, geometric distribution.

Лётчиков Андрей Владимирович,  
доктор физико-математических наук, профессор  
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»  
426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1 (корп. 4)  
E-mail: cmme@uni.udm.ru

Letchikov A.V.,  
Doctor of Physics and Mathematics, Professor  
Udmurt State University  
Universitetskaya st., 1/4, Izhevsk, Russia, 426034  
E-mail: cmme@uni.udm.ru