УДК 517.977

© *Н. Н. Петров, Н. А. Соловьева*

ГРУППОВОЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЕ В РЕКУРРЕНТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ[1]

Приведены условия поимки одного убегающего в линейных нестационарных задачах группового преследования в предположении, что все участники обладают равными возможностями и фундаментальная матрица однородной системы является рекуррентной.

Ключевые слова: дифференциальная игра, групповое преследование, рекуррентные функции, поимка, контрстратегии.

§ 1. Постановка задачи

В пространстве R^k $(k \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+m$ лиц: n преследователей $P_1, \ldots, P_n$ и m убегающих $E_1, \ldots, E_m$ [1–7]. Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид

$$\dot{x}_i = A(t)x_i + u_i, \quad x_i(t_0) = x_i^0, \quad u_i \in V.$$

Закон движения каждого из убегающих E_j имеет вид

$$\dot{y}_j = A(t)y_j + v_j, \quad y_j(t_0) = y_j^0, \quad v_j \in V,$$

где $x_i, y_j, u_i, v_j \in R^k$, $A(t)$ — непрерывная матричная функция, V — строго выпуклый компакт с гладкой границей, $z_{ij}^0 = x_i^0 - y_j^0$.

П р е д п о л о ж е н и е 1. *Фундаментальная матрица* $\Phi(t)$ *системы*

$$\dot{w} = A(t)w, \quad \Phi(t_0) = E$$

является рекуррентной на $[t_0, \infty)$*, а* $\dot{\Phi}(t)$ *равномерно ограничена на* $[t_0, \infty)$.

§ 2. Поимка одного убегающего

Пусть $m = 1$, преследователи используют квазистратегии, условие поимки убегающего — $x_p(\tau) - y_1(\tau) \in M_p$ при некоторых p, τ, где $M_1, \ldots, M_n$ — заданные выпуклые компакты, причем $x_i^0 - y_1^0 \notin M_i$ для всех i.

Т е о р е м а 1. *Пусть выполнено предположение* 1 *и* $y_1^0 \in \operatorname{Intco}\{x_1^0 - M_1, \ \ldots, x_n^0 - M_n\}$. *Тогда в игре* Γ *происходит поимка.*

§ 3. Поимка скоординированных убегающих

Предполагается, что все убегающие используют одно и то же управление. Цель группы преследователей — поймать хотя бы одного убегающего, условие поимки убегающего — $x_p(\tau) = y_q(\tau)$ при некоторых p, q, τ, причем $z_{ij}^0 \neq 0$.

Т е о р е м а 2. *Пусть выполнено предположение* 1 *и*

$$\operatorname{Intco}\{x_1^0, \ldots, x_n^0\} \cap \operatorname{co}\{y_1^0, \ldots, y_m^0\} \neq \emptyset. \tag{1}$$

Тогда в игре Γ *происходит поимка.*

[1]Работа поддержана РФФИ (грант № 12–01–00195).

С л е д с т в и е 1 (см. [4]). *Пусть* $A(t) = 0$ *для всех* $t \geqslant 0$, $V = D_1(0)$ *и выполнено условие* (1). *Тогда в игре* Γ *происходит поимка.*

П р и м е р 1. *Пусть* $k = 2$, $t_0 = 0$, *матрица* $A(t)$ *имеет вид*

$$A(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos t & 0 \end{pmatrix}, & t \in [0; 4\pi), \\ \begin{pmatrix} \sin t & 0 \\ \cos t & \sin t \end{pmatrix}, & t \geqslant 4\pi. \end{cases}$$

Тогда фундаментальная матрица $\Phi(t)$ *имеет вид*

$$\Phi(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sin t & 1 \end{pmatrix}, & t \in [0; 4\pi), \\ \begin{pmatrix} e^{1-\cos t} & 0 \\ \sin t \cdot e^{1-\cos t} & e^{1-\cos t} \end{pmatrix}, & t \geqslant 4\pi. \end{cases}$$

Матрица $\Phi(t)$ *является рекуррентной.*

У т в е р ж д е н и е 1. *Пусть выполнено условие* (1). *Тогда в игре* Γ *происходит поимка.*

Список литературы

1. Благодатских А.И., Петров Н.Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Удмуртский университет, 2009. 266 с.
2. Благодатских А. И. Почти периодические конфликтно управляемые процессы со многими участниками // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 2. С. 83–86.
3. Банников А.С., Петров Н.Н. К нестационарной задаче группового преследования с фазовыми ограничениями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16. № 1. С. 40–51.
4. Вагин Д.А., Петров Н.Н. Задача преследования группы жестко скоординированных убегающих // Известия РАН. Теория и системы управления. 2001. № 5. С.75–79.
5. Петров Н.Н. К нестационарной задаче группового преследования с фазовыми ограничениями // Математическая теория игр и ее приложения. 2010. Т. 2. Вып. 4. С. 74–83.
6. Петров Н.Н., Петров Н.Никандр. О дифференциальной игре «казаки–разбойники» // Дифференциальные уравнения. 1983. Т. 19. № 8. С. 1366–1374.
7. Чикрий А.А. Конфликтно-управляемые процессы. Киев: Наук. думка, 1992. 380 с.

Поступила в редакцию 15.02.2012

N. N. Petrov, N. A. Solov'eva

Group pursuit in the recurrent differential games

We obtaine new conditions for the solvability of some problems of group pursuit.

Keywords: differential game, evader, pursuer, group pursuit.

Mathematical Subject Classifications: 49N70, 49N75

Петров Николай Никандрович, декан, математический факультет, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1. E-mail: npetrov@udmnet.ru

Соловьева Надежда Александровна, аспирант, кафедра дифференциальных уравнений, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1. E-mail: solov_na@mail.ru

Petrov Nikolai Nikandrovich, Dean, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia

Solov'eva Nadezhda Aleksandrovna, post-graduate student, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia