УДК 517.929

© ***С. М. Седова***

К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОГО СКАЛЯРНОГО ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ

В терминах параметров уравнения получен критерий устойчивости.

Ключевые слова: дифференциально-разностные уравнения, устойчивость.

Изучается вопрос об устойчивости решения задачи Коши для скалярного дифференциально-разностного уравнения с постоянными коэффициентами

$$\dot{x}(t) = ax(t-1) + bx(t-m), \quad t > 0, \quad x(\xi) = 0, \quad \xi < 0, \quad x(0) = 1, \tag{1}$$

где a, $b \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{N}$, $m \geqslant 2$.

Характеристическая функция уравнения (1) имеет вид $w = 1 - e^{az+bz^m}$, $z \in \mathbb{C}$ [4, 5]. Пусть $G_1 = \{(a, b) : b < -a\}$; $S \subset G_1 \subset Oab$ — область асимптотической устойчивости уравнения (1) в плоскости параметров a, b; $Oab \backslash \bar{S}$ — область неустойчивости.

Сформулируем критерий устойчивости уравнения (1), основанный на [2–4].

Т е о р е м а 1 (см. [5]). *Пусть в точке $P(a, b) \in G_1$ плоскости параметров уравнения (1) при некотором $\varphi_0 \in (0, \pi)$ имеем: $\varphi_0 + a\sin\varphi_0 + b\sin m\varphi_0 = 0$, $a\cos\varphi_0 + b\cos m\varphi_0 > 0$, тогда $P \in Oab\backslash\bar{S}$.*

Пусть в точке $P(a, b) \in G_1$ уравнение

$$\varphi + a\sin\varphi + b\sin m\varphi = 2\pi k \tag{2}$$

не имеет решений при всех $k \in Z$, тогда $P(a, b) \in S$. Пусть в точке $P(a, b) \in G_1$ при всех $\varphi \in (0, \pi)$, которые удовлетворяют уравнению (2), имеет место неравенство $a\cos\varphi + b\cos m\varphi < 0$, тогда $P(a, b) \in S$.

Теорема 1 позволяет построить указанные в них области. В частных случаях m в (1) область S построена (см. работы [1, 6] и список литературы в них). В общем случае вопрос об области S остается пока открытым.

Список литературы

1. Вагина М.Ю. Устойчивость некоторых линейных дифференциальных уравнений с запаздываниями, связанных с логистическим уравнением динамики популяции: дис. ... к-та физ.-матем. наук / ПГТУ. Пермь, 2004. 110 с.
2. Малыгина В.В. Об устойчивости функционально-дифференциальных уравнений: дис. ... к-та физ.-матем. наук / УрГУ. Свердловск, 1983. 101 с.
3. Рехлицкий З.И. Об устойчивости решений дифференциально-разностных уравнений с периодическими коэффициентами // Изв. АН СССР. 1966. Т. 30. Вып. 5. С. 971–974.
4. Седова С.М. Устойчивость линейных дифференциально-разностных уравнений с периодическими коэффициентами: дис. ... к-та физ.-матем. наук / ПГТУ. Пермь, 2000. 130 с.
5. Седова С.М. О критерии устойчивости дифференциально-разностных уравнений // Вестник Пермского университета. 2011. Вып. 3 (7). С. 6–11.
6. Levitskaya I.S. Stability domain of a linear differential equation with two delays // Computers and Mathematics with Applications. 2006. Vol. 51. P. 153–159.

Поступила в редакцию 14.02.2012

S. M. Sedova

On the stability of a scalar linear differential-difference equation

A criterion of the stability is obtained in terms of the parameters of the equation.

Keywords: differential-difference equation, stability.

Mathematical Subject Classifications: 34K20

Седова Светлана Михайловна, к.ф.–м.н., доцент кафедры высшей математики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, Россия, г. Пермь, Комсомольский пр., 29. E-mail: sedovasm@yandex.ru

Sedova Svetlana Mikhailovna, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Mathematics, Perm National Research Polytechnic University, Komsomolskii pr., 29, Perm, 614990, Russia