

УДК 519.929

© *В. Б. Черепенников***ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Приводятся результаты численно-аналитического исследования начальной и краевой задач для линейных функционально-дифференциальных уравнений нейтрального типа на основе метода полиномиальных квази-решений.

*Ключевые слова:* начальная задача с начальной точкой, краевая задача, метод полиномиальных квазирешений.

Рассматривается скалярное линейное функционально-дифференциальное уравнение нейтрального типа

$$\dot{x}(t) + p(t)\dot{x}(t-1) = a(t)x(t) + b(t)x(t/q) + f(t), \quad q > 1, \quad t \in R, \quad (1)$$

где  $p(t)$ ,  $a(t)$ ,  $b(t)$  и  $f(t)$  полагаются полиномами.

Предметом исследования являются начальная и краевая задачи для данного уравнения. Известно, что начальная задача может быть рассмотрена в двух постановках: первая — начальная задача с начальной функцией и вторая — начальная задача с начальной точкой, когда ищется классическое решение, подстановка которого в исходное уравнение обращает его в тождество. Автору не известны результаты о разрешимости уравнения (1) в классе достаточно гладких или аналитических функций. В данной работе для исследования второй начальной задачи применяется метод полиномиальных квазирешений (ПК-решений) [1], который основан на представлении неизвестной функции в виде  $x(t) = \sum_{n=0}^N t^n$ . При подстановке этого полинома в уравнение (1) появляется некорректность относительно размерности полиномов, которая компенсируется введением невязки  $\Delta_N(t) = O(t^N)$ . Тогда под ПК-решением начальной задачи с начальной точкой понимается полином  $x(t)$ , являющийся точным решением начальной задачи для уравнения (1), возмущенного на невязку  $\Delta_N(t)$ .

Вопросы существования ПК-решений различных степеней связаны с анализом линейной системы алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов полинома. Приводится алгоритм нахождения неизвестных коэффициентов  $x_n$  ПК-решения и точные формулы невязки, которые позволяют судить о мере возмущения исходной задачи. В процессе исследования было установлено, что структура ПК-решений зависит от структуры корней характеристического квазиполинома для модельного дифференциально-разностного уравнения с постоянными коэффициентами. Это позволило исследовать вопросы корректности постановки краевой задачи и применить для ее изучения метод ПК-решений. С другой стороны, предлагаемый метод может быть применен для нахождения решений начальной задачи с начальной функцией. Здесь доказана теорема, утверждающая, что если для начальной задачи с начальной функцией в качестве начальной функции задать ПК-решение степени  $N$ , то порождаемое решение будет иметь в точках стыковки решений гладкость не ниже  $N$ . Полученные результаты иллюстрируются примерами.

**Список литературы**

1. Cherepennikov V.B., Ermolaeva P.G. Polynomial quasisolutions of linear differential difference equations // *Opuscula Mathematica*. 2006. Vol. 26. № 3. P. 47–57.

Поступила в редакцию 15.02.2012

*V. B. Cherepennikov*

**A numerical-analytical method for studying some linear functional differential equations**

We study the initial and boundary value problems for neutral linear functional differential equations on the basis of the method of polynomial quasisolutions.

*Keywords:* initial value problem with an initial point, boundary value problem, polynomial quasisolutions method.

Mathematical Subject Classifications: 34K06, 34K10

Черепенников Валерий Борисович, д.ф.-м.н, в.н.с., Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, 664033, Россия, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130. E-mail: vbcher@mail.ru

Cherepennikov Valerii Borisovich, Doctor of Physics and Mathematics, Leading Researcher, Melentiev Energy Systems Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Lermontova, 130, Irkutsk, 664033, Russia