

УДК 62-54.14, 681.511.4

© *О. Г. Антоновская, В. И. Горюнов*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СКЛЕЙКИ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ В СИСТЕМЕ С КОМБИНИРОВАННЫМ ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В работе излагаются основные моменты применения методики исследования динамики систем с широтно-импульсной модуляцией управляющего сигнала при учете его кусочного постоянства к исследованию динамики системы синхронизации с комбинированной широтно-импульсной модуляцией управляющего сигнала. Методика основана на применении метода точечных отображений и состоит в использовании для рассмотрения динамики системы фазовых подпространств, соответствующих постоянству управляющего сигнала. В частности, предложена процедура моделирования процесса перехода от режима фазового управления к режиму частотного управления в системе с комбинированным частотно-фазовым управлением.

*Ключевые слова:* управляемые системы, математическое моделирование, метод точечных отображений.

### Введение

Известно, что в системе с комбинированным частотно-фазовым управлением (КИЧФД) [1] контур с фазовым управлением функционирует в случае, если импульсы синхронизирующего опорного сигнала (ОС) чередуются во времени с выходными импульсами счетчика (С). Частотное управление в системе с КИЧФД включается, если процесс чередования импульсов ОС и С нарушается. При появлении во времени подряд двух и более импульсов С принудительно устанавливается минимально возможное значение сигнала управления, а при появлении подряд двух и более импульсов ОС — его максимально возможное значение.

Вследствие принципиальной нелинейности процессов в системе с КИЧФД в режиме фазового управления [2] разработка процедуры моделирования процесса перехода от режима фазового управления к режиму частотного управления, необходимая для построения математической модели системы управления в целом, является актуальной.

### § 1. Использование метода точечных отображений для построения математической модели системы

Для разработки процедуры моделирования процесса перехода от режима фазового управления к режиму частотного управления в системе с КИЧФД воспользуемся опытом математического моделирования процессов в системах с широтно-импульсной модуляцией и кусочно-постоянным характером сигнала управления [3]. С этой целью введем в рассмотрение в качестве безразмерной фазовой координаты относительную степень заполнения  $S$  так, что после заполнения фазовая координата  $\theta$  становится равной единице, после чего происходит мгновенный сброс на значение  $\theta = 0$ , и при этом на выходе С появляется управляющий импульс. Тогда динамика изменения координаты  $\theta$  в безразмерном времени  $\tau$ , нормированном на период следования импульсов ОС, описывается уравнением [4]

$$\alpha(d\theta/d\tau) = g(u(\tau)) \quad (0 \leq \tau \leq 1, 0 \leq \theta \leq 1). \quad (1.1)$$

Уравнение (1.1) определено на единичном отрезке безразмерного времени  $\tau$ , равном периоду ОС;  $\theta$  — безразмерная, нормированная на единицу координата С, причем после заполнения С при  $\theta = 1$  происходит мгновенный сброс на значение  $\theta = 0$ , и при этом на выходе С появляется управляющий импульс;  $\alpha$  — безразмерный показатель С, причем значение  $\alpha = 1$  соответствует неуправляемому ПГ, когда  $u(\tau) = 0$ ;  $g = 1 + Su$  — линейная характеристика ПГ с крутизной  $S > 0$ .

Сущность использования метода точечных отображений для изучения динамики СЧ с КИЧФД состоит в использовании для рассмотрения динамики СЧ фазовых подпространств, соответствующих постоянству структуры дифференциального уравнения.

Согласно логике работы КИЧФД режим частотного детектирования (ЧД) с минимально возможным значением  $u(\tau) = \underline{u}$  включается в режиме импульсно-фазового детектирования (ИФД) при появлении повторного импульса С, а с максимальным значением  $u(\tau) = \bar{u}$  — при появлении повторного импульса ОС. При чередовании импульсов С и ОС в режиме ФД ближайший приходящий во времени импульс ОС запускает генератор пилообразного напряжения так, что на его выходе появляется сигнал управления:

$$u(\tau) = (\bar{u} - \underline{u})\tau + \underline{u} \quad (0 \leq \tau \leq 1). \quad (1.2)$$

При использовании импульсного фазового детектора типа «выборка–запоминание»  $u(\tau) = u(\tau_0) = \text{const}$ , где  $\tau_0$  — момент прихода импульса С. Поскольку в режимах ЧД и ИФД структура уравнения (1.1) неизменна, можно считать, что при  $u(\tau) = \underline{u}$  уравнение (1.1) определено в подпространстве  $\Pi_1$ , при  $u(\tau) = \bar{u}$  — в подпространстве  $\Pi_3$ , в режиме ИФД с  $u(\tau)$ , определяемой выражением (1.2), — в подпространстве  $\Pi_2$ .

Рассмотрим свойства фазовых траекторий в каждом из подпространств.

Согласно (1.1) траектории движения в  $\Pi_1$  на развертке тора  $0 \leq \tau \leq 1, 0 \leq \theta \leq 1$  суть прямые с наклоном

$$d\tau/d\theta = \alpha/\underline{\alpha}, \quad (1.3)$$

где  $\underline{\alpha} = g(\underline{u})$ .

Необходимо отметить, что, поскольку КИЧФД переходит в режим ЧД с  $u(\tau) = \underline{u}$  только при появлении повторного импульса С, анализ поведения траекторий уравнения (1.3) следует проводить только для начальных условий  $\theta_0 = 0, 0 \leq \tau_0 \leq 1$ . Рассмотрим свойства траекторий при различных значениях параметра  $\alpha$ . Начнем со случая  $\alpha < \underline{\alpha}$ , когда траектории  $\theta(\tau)$  на развертке тора расположены полого с  $d\tau/d\theta < 1$ . В момент достижения изображающей точкой движения (ИТД) границы  $\theta = 1$  появляется импульс С, после чего ИТД мгновенным скачком переносится на границу  $\theta = 0$  и далее продолжает движение. При достижении ИТД границы  $\tau = 1$  появляется импульс ОС и осуществляется мгновенный перенос ИТД на границу  $\tau = 0$ , после чего ИТД продолжает движение.

Непосредственно из отмеченного следует, что при  $\alpha < \underline{\alpha}$  в режиме ЧД в основном появляются импульсы С и одиночные импульсы ОС. Поскольку появление подряд двух импульсов ОС исключено, при  $\alpha < \underline{\alpha}$  ИТД остаются в подпространстве  $\Pi_1$ , то есть при любых начальных условиях СЧ не выходит из режима ЧД.

При  $\alpha > \underline{\alpha}$  траектории движения в  $\Pi_1$  по сравнению со случаем  $\alpha < \underline{\alpha}$  на развертке тора идут круче биссектрисы координатного угла, так что становится возможным появление подряд двух импульсов ОС, необходимых для перехода КИЧФД в режим ФД. Согласно (1.3) первый импульс, генерируемый траекторией, начинающейся в точке  $(0, \tau_0)$  и заканчивающейся в точке  $(\theta_1, 1)$ , всегда соответствует импульсу ОС, причем

$$\theta_1 = (\underline{\alpha}/\alpha)(1 - \tau_0) \quad (0 \leq \theta_1 \leq 1). \quad (1.4)$$

Траектория повторного импульса ОС, начинающаяся в точке  $(\theta_1, 0)$ , заканчивается в точке  $(\theta_2, 1)$  при  $\theta_2 < 1$ , причем

$$\theta_2 = (\underline{\alpha}/\alpha)(2 - \tau_0) \quad (0 \leq \theta_2 \leq 1). \quad (1.5)$$

Из (1.5) следует, что  $\theta_2 < 1$  при  $\tau_0 > \tau_{01}$  ( $\tau_{01} < 1$ ). Это означает, что по координате  $\tau_0$  существует граница

$$\Gamma_1: \quad \tau_{01} = 2 - (\alpha/\underline{\alpha}). \quad (1.6)$$

В полуполосе  $\alpha \geq \underline{\alpha}, 0 \leq \tau_0 \leq 1$  граница  $\Gamma_1$  определяет две области. При начальном значении  $\tau_0$ , лежащем в области, расположенной левее  $\Gamma_1$ , КИЧФД остается в режиме ЧД, и при этом траектория движения порождает точечное отображение  $T_{11}$  с функцией последования (ФП):

$$T_{11}: \quad \bar{\tau} = \tau_0 + (\alpha/\underline{\alpha}) - 1 \quad (0 \leq \tau_0 \leq \tau_{01}, \underline{\alpha} < \alpha < 2\underline{\alpha}). \quad (1.7)$$

При начальном значении  $\tau_0$ , лежащем в области, расположенной правее  $\Gamma_1$ , КИЧФД переходит в точке  $(\theta_2, 0)$  в режим ИФД, и при этом до момента появления импульса С, то есть до достижения траекторией движения границы  $\theta = 1$ , осуществляется переходное движение с  $u(\tau) = \underline{u}$ . Тем самым порождается переходное отображение  $T_{12}$  с ФП:

$$T_{12}: \quad \bar{\tau} = \tau_0 + (\alpha/\underline{\alpha}) - \bar{m} \quad (\tau_{01} \leq \tau_0 \leq 1, \underline{\alpha} < \alpha < 2\underline{\alpha}; 0 \leq \tau_0 < 1, \alpha \geq 2\underline{\alpha}), \quad (1.8)$$

где  $\bar{m} = E[\tau_0 + (\alpha/\underline{\alpha})]$ ,  $E$  — знак взятия целой части, а  $\bar{m} \geq 2$ .

В подпространстве  $\Pi_3$ , соответствующем режиму ЧД с  $u(\tau) = \bar{u}$ , согласно (1.1) траектории движения на развертке тора  $0 \leq \tau \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq 1$  суть прямые с наклоном

$$d\tau/d\theta = \alpha/\bar{\alpha}, \quad (1.9)$$

где  $\bar{\alpha} = g(\bar{u})$ .

Необходимо отметить, что, поскольку КИЧФД переходит в режим ЧД с  $u(\tau) = \bar{u}$  только при появлении повторного импульса ОС, анализ поведения траекторий уравнения (1.9) следует проводить только для начальных условий  $0 \leq \theta_0 \leq 1$ ,  $\tau_0 = 0$ .

Проводя анализ поведения траекторий аналогично тому, как это было сделано для случая  $u(\tau) = \underline{u}$ , можно установить, что при  $\alpha > \bar{\alpha}$  появление подряд двух импульсов С исключено, так что ИТД остаются в подпространстве  $\Pi_3$ , то есть СЧ не выходит из режима ЧД.

При  $\bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}$  ИТД в зависимости от величины  $\theta_0$  либо остаются в  $\Pi_3$ , либо переходят в подпространство  $\Pi_2$ , соответствующее режиму ИФД. При  $\alpha < \bar{\alpha}/2$  ИТД при любом  $\theta_0$  за одну итерацию покидают  $\Pi_3$ . Указанные изменения описываются ФП отображения

$$T_{33}: \quad \bar{\theta} = \theta_0 - (\bar{\alpha}/\alpha) \quad (0 \leq \theta_0 \leq \theta_{01}, \bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}), \quad (1.10)$$

где граница  $\Gamma_1$  задается уравнением

$$\Gamma_2: \quad \theta_{01} = 2 - (\bar{\alpha}/\alpha) \quad (\bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}) \quad (1.11)$$

и отображением

$$T_{32}: \quad \bar{\tau} = (\alpha/\bar{\alpha})(1 - \theta_0 + E[\theta_0 + \bar{\alpha}/\alpha]) - 1 \quad (1.12)$$

$$(\theta_{01} \leq \theta_0 \leq 1, \bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}; 0 \leq \theta_0 \leq 1, \alpha < \bar{\alpha}/2).$$

Переход из  $\Pi_3$  в  $\Pi_2$  реализуется при появлении подряд двух импульсов С.

В режиме ИФД детектор с «выборкой и запоминанием» в интервале следования во времени двух соседних импульсов С в моменты  $\tau_0$  и  $\bar{\tau}$  обеспечивает выполнение условия  $u(\tau) = u(\tau_0) = \text{const}$ . Поэтому, согласно (1.1), траектории движения в  $\Pi_2$  определяются соотношением

$$\theta(\tau) = (g(x_0)/\alpha)(\tau - \tau_0) \quad (\tau_0 \leq \tau \leq \bar{\tau}). \quad (1.13)$$

На развертке фазового тора в режиме ИФД траектория (1.13) с учетом цилиндричности по координате  $\tau$  состоит из двух отрезков прямых с одним промежуточным переносом ИТД по координате  $\tau$  при  $\theta = \theta_3$ . Поэтому условиями существования траектории (1.13) в режиме ИФД являются неравенства  $\theta(\tau = 1)$ ,  $\theta_3 < 1$ . Разрешая указанные неравенства относительно параметра  $\alpha$ , находим, что их можно представить в виде неравенств  $\alpha > \alpha_3(\tau_0)$  и  $\alpha < \alpha_4(\tau_0)$  соответственно, где

$$\alpha_3(\tau_0) = g(u(\tau_0))(1 - \tau_0) \quad (0 \leq \tau_0 \leq 1), \quad (1.14)$$

$$\alpha_4(\tau_0) = g(u(\tau_0))(2 - \tau_0) \quad (0 \leq \tau_0 \leq 1). \quad (1.15)$$

Границы  $\alpha = \alpha_3$ ,  $\alpha = \alpha_4$  в полуполосе  $0 \leq \tau_0 \leq 1$ ,  $\alpha > 0$  образуют три области:  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ . Для точек  $(\tau_0, \alpha)$  средней области  $G_2$  режим ИФД сохраняется и после появления в момент  $\tau = \bar{\tau}$  импульса С. Фазовая траектория (1.13) при этом порождает отображение

$$T_{22}: \quad \bar{\tau} = \tau_0 + (\alpha/g(u_0)) - 1 \quad (\tau_0, \bar{\tau} \in \Pi_2, \alpha_3(\tau_0) < \alpha < \alpha_4(\tau_0)). \quad (1.16)$$

Если  $\tau_0$  на плоскости  $\tau_0, \alpha$  лежит в области  $G_1$ , соответствующей неравенству  $\alpha < \alpha_3(\tau_0)$ , то реализуется случай двух импульсов ОС и КИЧФД переходит в режим ЧД с  $u(\tau) = \underline{u}$ , порождая отображение

$$T_{21}: \quad \bar{\tau} = \tau_0 + (\alpha/g(u_0)), \quad (1.17)$$

и при этом точка  $\theta_0 = 0$ ,  $\tau_0 = \bar{\tau}$  становится начальной точкой движения в  $\Pi_1$ .

Если  $\tau_0$  на плоскости  $\tau_0, \alpha$  лежит в области  $G_3$ , соответствующей неравенству  $\alpha > \alpha_4(\tau_0)$ , то реализуется случай двух импульсов ОС и КИЧФД переходит в режим ЧД с  $u(\tau) = \bar{u}$ , порождая отображение

$$T_{23}: \quad \bar{\theta} = (1/\alpha)g(u_0)(2 - \tau_0) \quad (\tau_0 \in \Pi_2, \bar{\theta} \in \Pi_3, \alpha > \alpha_4(\tau_0)). \quad (1.18)$$

При этом точка  $\theta_0 = \bar{\theta}$ ,  $\tau_0 = 0$  становится начальной точкой движения в  $\Pi_3$ .

## § 2. О возможности качественного исследования поведения системы

Отображение  $T_{22}$ , определяющее динамику СЧ в режиме ИФД, имеет единственную неподвижную точку. Подставляя в (1.16) условие  $\tau_0 = \bar{\tau} = \tau^*$ , находим, что для линейной характеристики (1.2) ПП

$$\alpha = \alpha(\tau^*) = g(u(\tau^*)) = 1 - S[(\bar{u} - \underline{u})\tau^* + \underline{u}]. \quad (2.1)$$

График функции  $\alpha = \alpha(\tau^*)$  (2.1) удовлетворяет при  $0 \leq \tau^* \leq 1$  системе неравенств  $\alpha_3(\tau^*) < \alpha < \alpha_4(\tau^*)$ , и, следовательно, неподвижная точка  $\tau_0 = \tau^*$  существует во всей полосе удержания, то есть при  $\underline{\alpha} < \alpha < \bar{\alpha}$ .

Неравенства  $\tau^* > 0$ ,  $\tau^* < 1$  и  $g(\underline{u}) > 0$  определяют на плоскости  $\alpha, S$  треугольную область существования синхронного режима и невырожденности ( $g(\underline{u}) > 0$ ) характеристики ПП:

$$0 < \frac{1 - \alpha}{|\underline{u}|}, \frac{1 - \alpha}{|\underline{u}|} < S < \frac{1}{|\underline{u}|} \quad (\underline{u} < 0, \bar{u} > 0). \quad (2.2)$$

Из вида ФП (1.16) следует, что условие устойчивости неподвижной точки

$$\tau_0 = \tau^* |d\bar{\tau}/d\tau_0(\tau_0 = \tau^*)| < 1$$

нарушается на границе

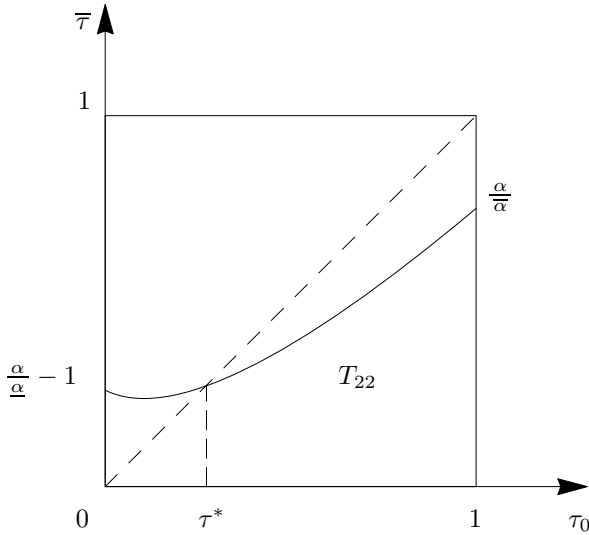
$$N_-: \quad S = 2\alpha/(\bar{u} - \underline{u}), \quad (2.3)$$

которая отсекает от треугольной области существования (2.2) ее левую верхнюю часть (в сторону уменьшения  $\alpha$  и увеличения  $S$ ). Тем самым определена область существования и устойчивости в «малом» неподвижной точки  $\tau_0 = \tau^*$  в режиме ИФД.

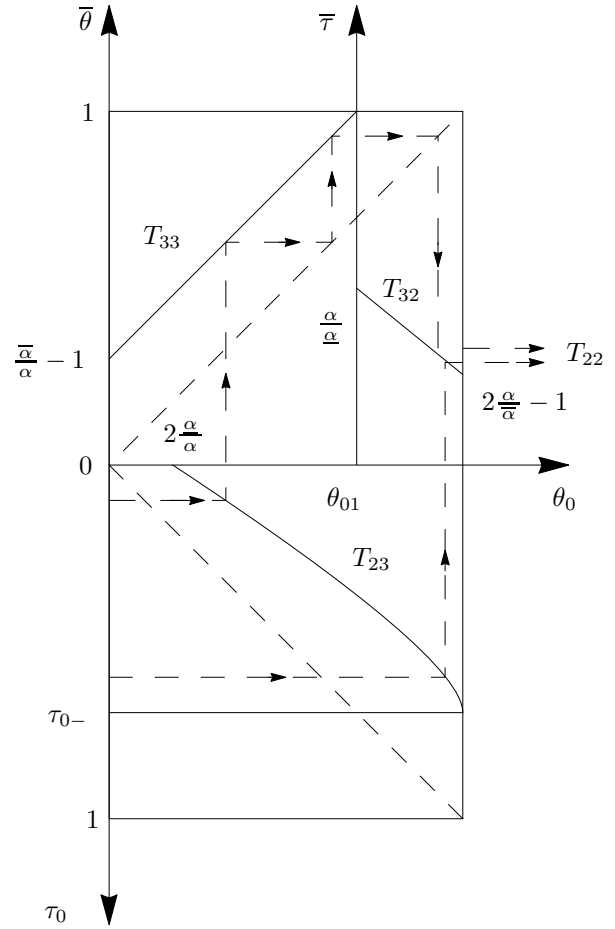
С целью реализации возможности качественного анализа устойчивости в «большом» неподвижной точки  $\tau_0 = \tau^*$  представим в квадранте  $\alpha, S > 0$  наряду с границами области (2.2) существования и невырожденности границы  $\gamma_1: \alpha = 2\underline{\alpha}$ ,  $\gamma_2: \alpha = \max_{\tau_0} \alpha_3(\tau_0)$ ,  $\gamma_3: \alpha = \min_{\tau_0} \alpha_4(\tau_0)$ . Тогда в каждой из трех образующихся подобластей области существования и невырожденности оказывается определена конкретная группа точечных отображений. Так, в части области существования над границей  $\gamma_1$  (в сторону больших значений  $S$ ) достаточно воспользоваться представлением графиков отображений  $T_{23}$ ,  $T_{33}$ ,  $T_{32}$  и  $T_{22}$ . При этом отображения  $T_{23}$ ,  $T_{33}$ ,  $T_{32}$  следует представлять на одной комбинированной диаграмме. В первом квадранте диаграммы следует отождествлять ось абсцисс с осью  $\theta_0$ . Тогда в интервале  $0 \leq \theta_0 \leq \theta_{01}$  следует представить график отображения  $T_{33}$ , причем величины  $\bar{\theta}$  следует указывать на оси ординат. В интервале  $\theta_{01} \leq \theta_0 \leq 1$  следует представить график ФП отображения  $T_{32}$ , причем величины  $\bar{\tau}$  следует указывать на оси ординат. В четвертом квадранте следует представить график ФП  $T_{23}$ . При этом величины  $\tau_0$  следует представлять на оси ординат, направленной вниз, а величины  $\bar{\theta}$  отображения — указывать на оси абсцисс. При таком подходе предоставляется возможность качественного формирования графика ФП произведения  $T_{32}T_{33}^k T_{23}$ , где  $k$  — степень, определяемая при построении.

Например, при  $\underline{\alpha}, \alpha_{3max} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}, 2\underline{\alpha}$  график ФП  $T_{22}$  определен при всех  $0 \leq \tau_0 \leq 1$  (рис. 1). На границе  $\alpha = 2\underline{\alpha}$  ФП  $T_{22}$  при  $\tau_0 = 0$  равна единице, а при переходе через границу в сторону больших значений  $S$  становится определенной в интервале  $\tau_{0-} \leq \tau_0 \leq 1$ , где  $\bar{\tau}(\tau_{0-}) = 1$ .

При этом в интервале  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{0-}$  определена ФП  $T_{23}$ , так что итоговый график ФП подпространства  $\Pi_2$  в себя в этом интервале соответствует произведению  $T_{32}T_{23}$ . В силу этого для рассмотрения условий глобальной устойчивости неподвижной точки  $\tau_*$  отображения  $T_{22}$  в этом случае необходимо исследовать характер графика ФП отображения  $T_{32}T_{23}$ .



**Рис. 1.** График ФП отображения  $\Pi_2$  в себя при  $\underline{\alpha}, \alpha_{zmax} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}, 2\alpha$

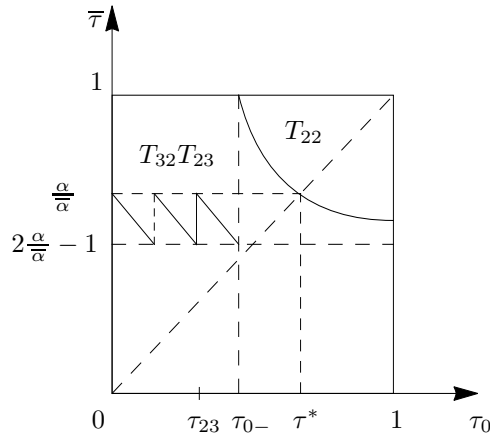


**Рис. 2.** Построение ФП произведения  $T_{32}T_{23}$  при  $\bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}, \theta_{01} > 2\underline{\alpha}/\alpha$

При одновременном выполнении неравенств  $\bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}, \theta_{01} > 2\underline{\alpha}/\alpha$  способ качественного графического построения ФП произведения  $T_{32}T_{23}$  приведен на рис. 2, а на рис. 3 — соответствующий вид графиков ФП отображения подпространства  $\Pi_2$  в себя. На рис. 3 использовано обозначение  $\tau_{23} = T_{23}^{-1}\theta_{01}$ . Количество периодов графика ФП в интервале  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{0-}$  увеличивается по мере приближения графика ФП  $T_{33}$  к биссектрисе и при  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha} - 0$  неограниченно возрастает. При этом график ФП  $T_{32}T_{23}$  поднимается вверх, уменьшаясь по амплитуде при  $\tau_{23} \rightarrow 1$ . При  $\theta_{01} = 2\underline{\alpha}/\alpha$   $\tau_{23} = 0$ , и на рис. 3 пилообразность графика ФП  $T_{32}T_{23}$  исчезает, так что остается только один ниспадающий участок.

При  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha}/2 + 0$   $\theta_{01} \rightarrow 0$  график ФП стягивается в точку  $\theta_0 = 0, \bar{\theta} = 1$ , правый конец графика  $T_{32}$  опускается до нуля, а единственный ниспадающий участок графика ФП  $T_{32}T_{23}$  пересекает биссектрису  $\bar{\tau} = \tau_0$  в нижнем левом углу квадранта  $\tau_0, \bar{\tau} > 0$ , доказывая тем самым возможность существования неподвижной точки  $\tau_0 = \tau^{**}$  цикла  $T_{32}T_{23}$ , отличной от неподвижной точки  $\tau_0 = \tau^*$  отображения  $T_{22}$ .

То есть при указанном подходе представляется возможность убедиться, что отображение  $T_{32}$  играет роль ловушки, из которой величина  $\bar{\tau}$  ИТД поступает в интервал определения отображения  $T_{22}$ . Таким образом, можно качественно сформировать графики ФП в квадранте  $\tau_0, \bar{\tau} > 0$ . При этом в интервале  $\tau_{0-} \leq \tau_0 \leq 1$  представлен график отображения  $T_{22}$ , а в интер-



**Рис. 3.** График ФП отображения  $\Pi_2$  в себя при  $\bar{\alpha}/2 < \alpha < \bar{\alpha}$ ,  $\theta_{01} > 2\underline{\alpha}/\alpha$

вале  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{0-}$  — сформированный график произведения  $T_{32}T_{33}^kT_{23}$ , то есть предоставляется возможность качественного исследования процессов в СЧ в «большом». Отметим, что график произведения указанных отображений напоминает собой неравномерную пилу, располагающуюся по высоте в диапазоне  $(2\alpha/\bar{\alpha}) - 1 \leq \bar{\tau} \leq \alpha/\bar{\alpha}$ . График ФП отображения  $T_{22}$  располагается при  $\tau_{-0} \leq \tau_0 \leq 1$  в верхней части квадрата.

Непосредственно из рисунка графиков ФП видно, что если точка  $(\tau_{-0}, (2\alpha/\bar{\alpha}) - 1)$  лежит выше биссектрисы координатного угла  $\tau_0, \bar{\tau} > 0$ , то итерации с течением времени приводят в режим ИФД, обеспечивая глобальную устойчивость неподвижной точки отображения  $T_{22}$ . Если указанная точка лежит ниже биссектрисы, что реализуется при больших  $S$ , то произведение отображений  $T_{32}T_{23}$  имеет неподвижную точку. Последнее означает либо потерю глобальной устойчивости неподвижной точки  $\tau_0 = \tau^*$  режима ИФД, либо увеличение длительности переходных процессов вследствие прохождения ИТД в окрестности неустойчивой неподвижной точки седлового типа [5].

### Список литературы

1. Левин В.А., Малиновский В.Н., Романов С.К. Синтезаторы частот с импульсно-фазовой автоподстройкой. М.: Радио и связь, 1989. 232 с.
2. Горюнов В.И. К теории систем импульсно-фазовой автоподстройки частоты (ИФАПЧ) // Изв. вузов. Сер. Приборостроение. 1974. № 10. С. 40–43.
3. Антоновская О.Г., Горюнов В.И. Метод точечных отображений и исследование динамики синтезаторов частот. Гамбург: Ламберт, 2014. 101 с.
4. Антоновская О.Г., Горюнов В.И. Об особенностях методики исследования динамики системы с широтно-импульсной модуляцией и запоминание сигнала управления // Вестник Нижегородского университета. 2008. № 6. С. 135–140.
5. Горюнов В.И., Ерусланов В.Н., Лобашов Н.И. Техническая полоса захвата одноконтурного синтезатора частоты // Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи. Вып. 2. 1990. С. 88–94.

Поступила в редакцию 24.08.2015

Антоновская Ольга Георгиевна, к. ф.-м. н., доцент, кафедра математики, Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65. E-mail: olga.antonovskaja@yandex.ru

Горюнов Владимир Иванович, к. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник, Нижегородский государственный университет, Институт информационных технологий, математики и механики, 603950, Россия, г. Нижний Новгород, проспект Гагарина, 23. E-mail: pmk@unn.ac.ru

**O. G. Antonovskaya, V. I. Goryunov**

**Modeling the process of gluing phase trajectories in systems with a combined frequency-phase control**

*Keywords:* control systems, mathematical modeling, point mappings method.

MSC: 37E05, 37G15, 93C55, 93D20

The paper presents the use of the method of investigating the dynamics of systems with width-pulse modulation of control signal taking into account its piecewise constancy to studying the dynamics of the synchronization system with combined width-pulse modulation of control signal. The method is based on applying the point mappings method and consists of using the phase subspaces corresponding to constant control signal. In particular, the procedure of modeling the transition process from phase control regime to frequency control regime in the system with combined frequency-phase control is given.

REFERENCES

1. Levin V.A., Malinovskii V.V., Romanov S.K. *Sintezatory chastot s impul'sno-fazovoi avtopodstroikoi* (Frequency synthesizers with pulse-phase auto-tuning), Moscow: Radio i svyaz', 1989, 232 p.
2. Goryunov V.I. On the theory of systems with pulse-phase frequency auto-tuning, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Priborostroenie*, 1974, no. 10, pp. 40–43 (in Russian).
3. Antonovskaya O.G., Goryunov V.I. *Metod tochechnykh otobrazhenii i issledovanie dinamiki sintezatorov chastot* (Point mappings method and frequency synthesizers dynamics study), Hamburg: Lambert Academic Publishing, 2014, 101 p.
4. Antonovskaya O.G., Goryunov V.I. On some peculiarities of the method for studying the dynamic of systems with pulse-width modulation and control signal storage, *Vestn. Nizhegorod. Univ.*, 2008, no. 6, pp. 135–140 (in Russian).
5. Goryunov V.I., Eruslanov V.N., Lobashov N.I. Technical capture wave range of single-circuit frequency synthesizer, *Tekhnika sredstv svyazy. Ser. Tekhnika radiosvyazy*, 1990, no. 2, pp. 88–94 (in Russian).

Received 24.08.2015

Antonovskaya Olga Georgievna, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Mathematics Department, Nizhni Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, ul. Il'inskaya, 65, Nizhni Novgorod, 603950, Russia.

E-mail: olga.antonovskaja@yandex.ru

Goryunov Vladimir Ivanovich, Candidate of Physics and Mathematics, Leading Researcher, Nizhni Novgorod State University, Institute on Information Technologies, Mathematics and Mechanics, pr. Gagarina, 23, Nizhni Novgorod, 603950, Russia.

E-mail: pmk@unn.ac.ru