

УДК 004.942

© *И. Р. Касимов, М. А. Клочков*

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПАССАЖИРОПОТОКА

Рассматривается задача моделирования пассажиропотока в городских условиях. Предлагается оригинальная математическая модель решения данной задачи, приводятся результаты компьютерного моделирования рассматриваемого процесса, осуществляется анализ полученных результатов моделирования.

Ключевые слова: городские пассажирские перевозки, общественный транспорт, моделирование.

Введение

Одним из важных факторов развития экономики Удмуртской Республики является организация транспортных перевозок. Устойчивое развитие городского пассажирского транспорта (далее — ГПТ) стимулирует реализацию и развитие транспортной мобильности населения, предпринимательской активности и функций социального обеспечения. Правительство Российской Федерации и руководство Удмуртской Республики не оставляют без внимания проблемы транспортной отрасли, что подчеркивает высокий приоритет задачи ее развития в целом и городских пассажирских перевозок в частности.

Состояние транспортной системы любого города является показателем его развития. Транспортная система олицетворяет статус города в рамках региона, области, страны. В условиях развивающейся экономики вопросы оптимизации функционирования транспортной системы, служащей, помимо всего прочего, материальной базой формирования бюджета и социально-экономического развития города, как никогда актуальны.

В настоящее время в связи с ростом городов и численности их населения острой становится проблема, связанная с передвижением людей по городу. Особенно сильно это явление проявляется в крупных городах, где населению, в силу различных обстоятельств, требуется регулярно преодолевать значительные расстояния. Для решения этой задачи в распоряжении жителей имеются два основных способа передвижения: общественный и личный транспорт. При этом вторым вариантом пользуется весьма значительная часть городского населения. В результате в мире, в частности в России, сейчас можно наблюдать тенденцию значительного роста числа личных автомобилей. Эта ситуация приводит к появлению множества проблем: транспортных (возникновение автомобильных пробок, необходимость увеличения количества стояночных мест), экологических (загрязнение окружающей среды выхлопными газами) и т. п. Решением данных проблем может стать повышение эффективности общественного транспорта при одновременном снижении числа личного автотранспорта.

В связи с этим растет актуальность задач, связанных с моделированием пассажирских перевозок, как городских, так и междугородних. Применение подобных моделей, как можно более точно описывающих процесс перевозок, позволяет выявлять оптимальные параметры и закономерности, характерные для конкретного маршрута, вида транспорта и дорожной ситуации.

Несмотря на существование целого ряда публикаций [1–3] по данной проблематике, остается открытым вопрос их практического использования. Реализация вычислительного эксперимента с использованием многих моделей является непростой задачей. При этом возникает множество ограничений, которые усложняют этот процесс. В данной работе строится оригинальная математическая модель, которая является попыткой устранения некоторых ограничений моделей [1–3] и использует экспериментальные данные, полученные в результате выполнения НИР «Развитие и координация работы городского пассажирского транспорта в Удмуртской Республике (г. Ижевск) на 2010–2014 годы» [4].

§ 1. Основные определения и описание методов исследования

В данной работе в качестве объекта изучения выступает система ГПТ. В работе [5] предлагается системный подход, представляющий ГПТ как структуру, состоящую из трех подсистем: «город», «пассажиры», «транспорт». Подсистема «город» включает в себя такие элементы, как «промышленность», «обслуживание» и «жилой фонд». Данная подсистема напрямую влияет на параметры пассажиропотоков. Основное требование данной подсистемы к городскому транспорту — осуществление бесперебойной перевозки населения. Для подсистемы «пассажиры» эффективность функционирования транспорта заключается в качественном удовлетворении спроса на перевозки. Основной задачей подсистемы «транспорт» является собственно процесс перевозок [5, с. 7].

Следующей немаловажной частью системы городского пассажирского транспорта являются пассажирские потоки.

Пассажиропотоком называется движение пассажиров по определенной части транспортной сети [6, с. 23].

Основными его характеристиками являются направление и мощность. Направление пассажиропотока показывает распределение передвижений между транспортными районами и бывает прямым или обратным. В случае если пассажиры направляются в некоторый район через промежуточный, то такой пассажиропоток называется транзитным.

Мощностью пассажирских потоков называется количество пассажиров, проезжающих за единицу времени через конкретное сечение транспортной сети в одном направлении [6, с. 23].

Аналогичная величина существует для остановочных пунктов и называется пропускной способностью. Она характеризует суммарное количество пассажиров, подходящих на остановку и садящихся в транспорт, и тех, кто выходит из него. И мощность пассажиропотока, и пропускная способность остановочного пункта измеряются в количестве пассажиров в единицу времени (минута, час и т. д.).

Общее число перевезенных пассажиров по всему маршруту или одному направлению называется *объемом перевозок*. Данная величина исчисляется в количестве пассажиров.

§ 2. Описание математической модели пассажиропотока

В данной работе для решения задачи моделирования пассажиропотока в качестве базового был выбран микроскопический подход. При использовании микромоделирования интересующая предметная область рассматривается не как аналог некоторого физического процесса, а как система взаимодействующих по определенным правилам элементов. Таким образом, текущее состояние каждой единицы в данном процессе описывается совокупностью соотношений. Примеры такого моделирования имеются в работах [1–3]. Ключевыми объектами исследуемого процесса являются пассажиры и транспорт.

Итак, процесс пассажирских перевозок предлагается рассматривать в виде динамического графа. *Динамический граф* Γ представляет собой последовательность взвешенных ориентированных графов $\{\Gamma_t\}_{t=0}^{t_{\max}-1}$, где $\Gamma = \langle V_t, A_t, \{f_t^0, f_t^1\}, \{g_t^0, g_t^1\} \rangle$, где V_t — множество вершин, A_t — множество дуг, $\{f_t^0, f_t^1\}$ — множество функций, ставящих в соответствие вершинам графа определенные веса, $\{g_t^0, g_t^1\}$ — множество функций, отображающих дуги графа в их веса. Величина $t = 0, t_{\max} - 1$ является дискретной и описывает текущее время рассматриваемого процесса, где t_{\max} — модельное время окончания работы ГПТ. Пусть на данном маршруте с n остановочными пунктами осуществляет работу m транспортных средств (ТС). Множество V_t вершин графа Γ_t определяется следующим образом:

$$V_t = V_s \cup V_b = \{s_0, s_1, \dots, s_{n-1}\} \cup \{b_0, b_1, \dots, b_{m-1}\},$$

где V_s — множество вершин, совпадающих с остановочными пунктами маршрута, V_b — множество вершин, каждый элемент которого отождествляется с маршрутным ТС.

Количество данных вершин остается постоянным в течение заданного промежутка времени; таким образом, в структуре транспортной сети не добавляются (удаляются) остановочные

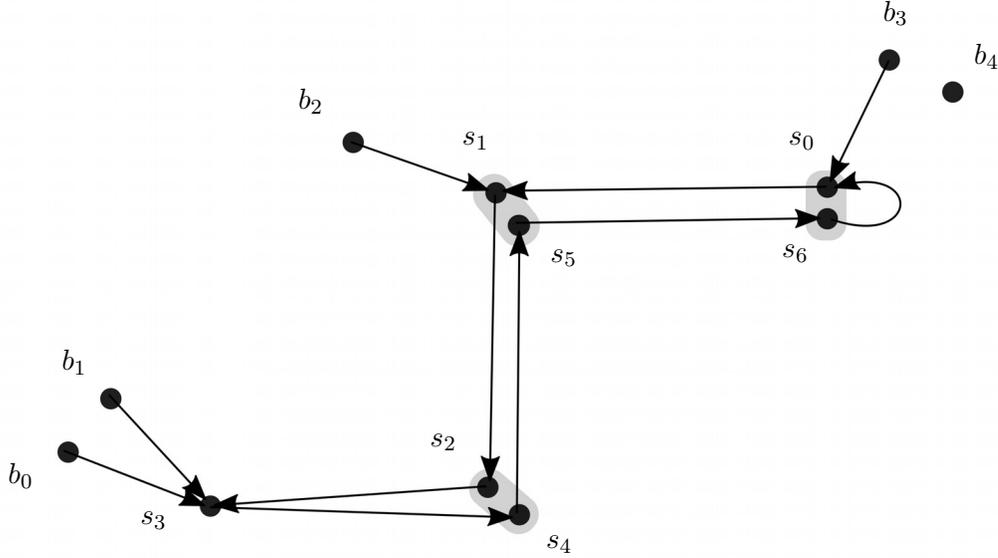


Рис. 1. Представление графа, описывающего состояние модели в момент времени t (веса вершин и ребер опущены)

пункты, количество подвижного состава, обслуживающего маршрут, также остается неизменным. В качестве примера визуальное представление графа приводится на рис. 1.

Функция $f_t^0: V_b \rightarrow \mathbb{S} \times \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ является отображением множества вершин $v \in V_b$ в кортежи вида

$$\left\{ \left\langle f_t^{0,0}(v), f_t^{0,1}(v), f_t^{0,2}(v), f_t^{0,3}(v) \right\rangle \mid f_t^{0,0}(v) \in \mathbb{S}, f_t^{0,1}(v) \in \mathbb{R}^{n-1}, f_t^{0,2}(v) \in \mathbb{N}, f_t^{0,3}(v) \in \mathbb{N} \right\};$$

таким образом, веса вершин графа Γ_t являются кортежами.

Первый элемент данного кортежа $f_t^{0,0}$ содержит информацию о текущем состоянии, в котором находится ТС относительно маршрута движения; второй элемент $f_t^{0,1}$ соответствует количественному распределению пассажиров, находящихся в салоне ТС, относительно целевых остановочных пунктов назначения; третий элемент $f_t^{0,2}$ — время прибытия ТС на остановочный пункт; четвертый элемент $f_t^{0,3}$ — время отбытия из остановочного пункта.

Второе отображение $f_t^1: V_s \rightarrow \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R}$ действует из множества вершин $v \in V_s$ в кортежи вида

$$\left\{ \left\langle f_t^{1,0}(v), f_t^{1,1}(v) \right\rangle \mid f_t^{1,0}(v) \in \mathbb{R}^{n-1}, f_t^{1,1}(v) \in \mathbb{R} \right\},$$

где первый элемент пары соответствует количественному распределению пассажиров, прибывающих на данный остановочный пункт, в соответствии с пунктом их назначения; второй — общее количество пассажиров, доставленных на данную остановку.

Множество состояний \mathbb{S} определено следующим образом:

$$\mathbb{S} = \{0, 1, 2, 3, 4\},$$

где нулевое значение соответствует нахождению ТС между остановками; 1 — ТС прибыло на остановочный пункт; 2 — производится высадка пассажиров из ТС; 3 — производится посадка пассажиров в ТС; 4 — ТС ожидает своей очереди в остановочном пункте.

Конечный автомат, описывающий поведение автобуса, может быть представлен в виде следующего графа (см. рис. 2).

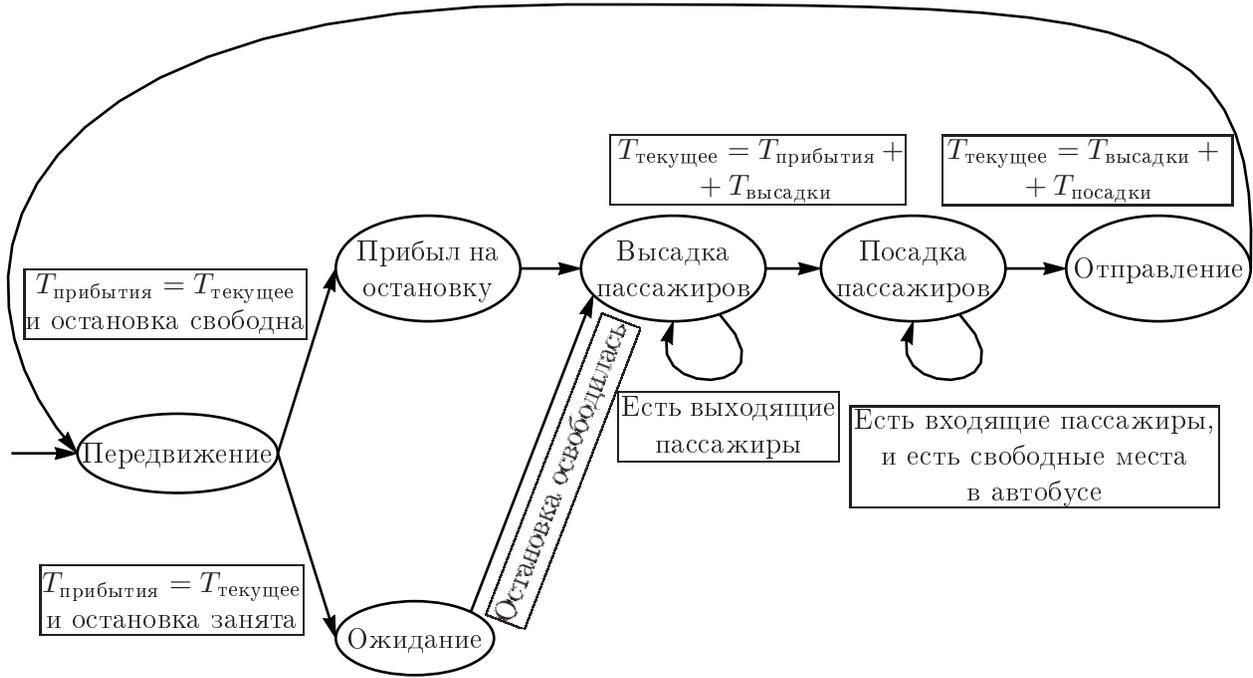


Рис. 2. Представление конечного автомата для ТС.

Введем следующие обозначения для координат описанного выше первого кортежа:

$$\begin{aligned}
 S_t(v) &\equiv f_t^{0,0}(v), \\
 PB_t(v) &\equiv f_t^{0,1}(v), \\
 T_t^a(v) &\equiv f_t^{0,2}(v), \\
 T_t^d(v) &\equiv f_t^{0,3}(v),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\forall v \in V_b, t = \overline{0, t_{\max} - 1}$.

Аналогично: введем следующие обозначения для координат второго кортежа:

$$\begin{aligned}
 WP_t(v) &\equiv f_t^{1,0}(v), \\
 TP_t(v) &\equiv f_t^{1,1}(v),
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $\forall v \in V_s, t = \overline{0, t_{\max} - 1}$.

Множество дуг A_t нашего графа Γ_t обозначим следующим образом:

$$A_t = A^s \cup A_t^b = \{(s_0, s_1), \dots, (s_{n-2}, s_{n-1})\} \cup \{(b_j, s_i) | S_t(b_j) > 0\}, \quad i = \overline{0, n-1}, \quad j = \overline{0, m-1},$$

где подмножество A^s не зависит от времени t и является путем в графе Γ_t , повторяющим схему некоторого транспортного маршрута.

Второе подмножество дуг A_t^b определяет взаимосвязи между парами вершин из множеств V_b и V_s в зависимости от значения функции $S_t \in \mathbb{S}$. Интерпретация условия $S_t(b) > 0$ означает, что между двумя произвольными вершинами графа $b \in V_b$ и $s \in V_s$ имеется дуга (b, s) , если отождествляемое с вершиной b транспортное средство осуществляет некоторое действие на остановочном пункте s . В ситуации, когда ТС перемещается между остановочными пунктами, такая дуга отсутствует.

Используя соотношения (1), запишем рекурсивное определение функции f_t^0 :

$$f_{t+1}^0(v) = \begin{cases} \langle 1, \text{PB}_t(v), \text{T}_t^a(v), \text{T}_t^a(v) \rangle, & \text{если } (S_t(v) = 0 \vee S_t(v) = 4) \wedge (t+1 = \text{T}_t^a(v)) \wedge \text{ISF}_t(u, v), (v, u) \in A_t^b; \\ \langle 4, \text{PB}_t(v), \text{T}_t^a(v) + 1, \text{T}_t^d(v) \rangle, & \text{если } S_t(v) = 0 \wedge (t+1 = \text{T}_t^a(v)) \wedge \neg \text{ISF}_t(u, v), (v, u) \in A_t^b; \\ \langle 2, \text{PB}_t(v) - g_t^{1, \text{out}}(v, u), \text{T}_t^a(v), \text{T}_t^a(v) + \tau_a(v)g_t^{1, \text{out}}(v, u) \rangle, & \text{если } S_t(v) = 1, (v, u) \in A_t^b; \\ \langle 3, \text{PB}_t(v) + g_t^{1, \text{in}}(v, u), \text{T}_t^a(v), \text{T}_t^d(v) + \tau_b(v)g_t^{1, \text{in}}(v, u) \rangle, & \text{если } S_t(v) = 2 \wedge (t+1 = \text{T}_t^d(v)), (v, u) \in A_t^b; \\ \langle 0, \text{PB}_t(v), \text{T}_t^a(v) + g_t^0(s_i, s_{i+1}), \text{T}_t^d(v) \rangle, & \text{если } S_t(v) = 3 \wedge (t+1 = \text{T}_t^d(v)), (s_i, s_{i+1}) \in A^s; \\ \langle S_t(v), \text{PB}_t(v), \text{T}_t^a(v), \text{T}_t^d(v) \rangle & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (3)$$

Здесь используется предикат $\text{ISF}_t: V_s \times V_b \rightarrow \{\text{false}, \text{true}\}$, являющийся истинным, в случае если остановочный пункт u не занят другим ТС, и ложным — в противном случае. Функция $\tau_a: V_b \rightarrow \mathbb{N}$ ставит в соответствие вершине из множества V_b натуральное число, являющееся временем на высадку одного пассажира. Аналогично: $\tau_b: V_b \rightarrow \mathbb{N}$ интерпретируется как время на посадку одного пассажира. Обе эти функции не зависят от времени t .

Таким образом, функция (3) является функцией перехода, преобразующей состояние некоторой вершины $v \in V_b$ в новое, в зависимости от выполнения определенных условий. В (3) при выполнении первого условия происходит переход из состояния ожидания или перемещения автобуса между остановками в состояние «автобус прибыл на остановку». Если выполняется второе условие, то осуществляется переход в состояние ожидания. Если вершина находится в состоянии «автобус прибыл на остановку», то это приводит к переходу в состояние высадки пассажиров. Из этого состояния вершина может перейти в состояние посадки пассажиров, если текущий момент времени совпал с моментом окончания высаживания людей из салона. Переход в состояние перемещения происходит по завершении посадки. В противном случае изменения состояния не происходит.

Предикат $\text{ISF}_t: V_s \times V_b \rightarrow \{\text{false}, \text{true}\}$ зададим в следующем виде:

$$\text{ISF}_t(u, v) = \begin{cases} \text{false}, & \text{если } \exists \tilde{b} \in V_b \exists (\tilde{b}, u) \in A_t^b \left(\text{T}_t^a(\tilde{b}) < \text{T}_t^a(v) \right), \\ \text{true}, & \text{если иначе;} \end{cases} \quad u \in V_s, \quad v \in V_b, \quad (4)$$

где v — вершина графа, соответствующая ТС, прибывшему на остановочный пункт u ; \tilde{b} — вершина, отождествляемая с ТС, которое уже, возможно, находится в u в момент его прибытия.

Функцию $f_t^1: V_s \rightarrow \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R}$ в соответствии с (2) запишем в следующем виде:

$$f_{t+1}^1(u_i) = \begin{cases} \langle \text{WP}_t(u_i) + \frac{1}{60}\bar{\beta}_i^t, \text{TP}_t(u_i) + g_t^{1, \text{out}}(v, u_i) \rangle, & \text{если } S_t(v) = 2 \forall v \mid (v, u_i) \in A_t^b; \\ \langle \text{WP}_t(u_i) + \frac{1}{60}\bar{\beta}_i^t - g_t^{1, \text{in}}(v, u_i), \text{TP}_t(u_i) \rangle, & \text{если } S_t(v) = 3 \forall v \mid (v, u_i) \in A_t^b; \\ \langle \text{WP}_t(u_i) + \frac{1}{60}\bar{\beta}_i^t, \text{TP}_t(u_i) \rangle, & \text{если иначе;} \end{cases} \quad u \in V_s, \quad v \in V_b, \quad (5)$$

где $\bar{\beta}_i^t$ — вектор, описывающий численное распределение интенсивности прибытия новых пассажиров на остановочный пункт u_i в зависимости от пункта назначения. Величину интенсивности прибытия будем измерять в количестве прибывающих пассажиров в минуту. Нормировочный коэффициент перед вектором необходим, так как шаг по времени в нашей модели составляет одну секунду, а интенсивность подхода людей на остановку измеряется в количестве пассажиров в минуту.

В начальный момент времени $t = 0$ зададим значение функций $\{f_t^0, f_t^1\}$ следующим образом:

$$f_0^0(v) = \langle 0, \text{PB}_0(v), \text{T}_0^a(v), 0 \rangle,$$

$$f_0^1(v) = \langle \text{WP}_0(v), 0 \rangle,$$

где $\text{PB}_0(v) = \text{WP}_0(v) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$, $\text{PB}_0(v), \text{WP}_0(v) \in \mathbb{R}^{n-1}$, $T_0^a(v) \in \mathbb{N}$ — величина, определяющая

время прибытия на первый остановочный пункт на маршруте.

Для описываемого графа Γ_t определим множество функциональных зависимостей $\{g_t^0, g_t^1\}$, позволяющих сопоставлять дугам графа некоторые веса. Функция $g_t^1: V_b \times V_s \rightarrow \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R}$ ставит в соответствие множеству ребер вида $\{(v, u) \mid v \in V_b, u \in V_s\}$ множество упорядоченных пар $\{\langle g_t^{1,0}, g_t^{1,1} \rangle \mid g_t^{1,0} \in \mathbb{R}^{n-1}, g_t^{1,1} \in \mathbb{R}\}$, где первый элемент данной пары определяет распределение людей, находящихся в ТС, в зависимости от их пункта назначения. Значение второй координаты соответствует количеству вышедших на остановке пассажиров. Для наглядности введем следующие обозначения:

$$\text{IP}_t(v, u) \equiv g_t^{1,0}(v, u), \quad \text{EP}_t(v, u) \equiv g_t^{1,1}(v, u), \quad \forall u \in V_s, \forall v \in V_b, t = \overline{0, t_{\max} - 1}. \quad (6)$$

Запишем определение функции g_t^1 в следующем виде

$$g_{t+1}^1(v_j, u_i) = \begin{cases} \langle \overline{T}_{u_i}^{v_j}, 0 \rangle, & \text{если } (i = 0) \wedge ((1, \dots, 1) \overline{T}_{u_i}^{v_j} \leq \text{BC}_t(v_j)); \\ \langle \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \text{PB}_t^i(v_j) \rangle, & \\ \langle \overline{T}_{u_i}^{v_j}, \text{PB}_t^i(v_j) \rangle, & \text{если } (i = n - 1) \vee ((1, \dots, 1) \overline{T}_{u_i}^{v_j} > \text{BC}_t(v_j)); \\ \langle \overline{T}_{u_i}^{v_j}, \text{PB}_t^i(v_j) \rangle, & \\ \langle \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, 0 \rangle, & \text{если иначе;} \end{cases} \quad u \in V_s, v \in V_b, \quad (7)$$

где $\overline{T}_{u_i}^{v_j} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ p_{u_{i+1}}^{v_j} \\ \vdots \\ p_{u_{n-1}}^{v_j} \end{pmatrix}$ — вектор, представляющий распределение пассажиров, которые вхо-

дят в ТС с номером v_j на остановочном пункте u_i с целью добраться на остановочный пункт u_k , $k = i + 1, \dots, n - 1$; $\text{PB}_t^i(v_j)$ — величина, равная количеству пассажиров, находящихся в салоне ТС, пунктом назначения которых является остановочный пункт u_i . Отображение $\text{BC}_t: V_b \rightarrow \mathbb{R}^+$ ставит в соответствие вершине v_j графа Γ_t величину текущей вместимости ТС, которому она соответствует, таким образом, что

$$\text{BC}_t(v_j) = \max\{\text{PB}_t^{\max}(v_j) - \text{PB}_t(v_j), 0\},$$

где $\text{BC}_t^{\max}: V_b \rightarrow \mathbb{R}^+$ — максимальная вместимость автобуса v_j .

Отображение $g_t^0: V_s \times V_s \rightarrow \mathbb{N}$ переводит дуги множества A^s во множество натуральных чисел, которые интерпретируются как время, затрачиваемое на переезд от некоторого остановочного пункта u_i до следующего по порядку u_{i+1} . Определим

$$g_t^0(u_i, u_{i+1}) = c_{i,i+1}^t, \quad u_i, u_{i+1} \in V_s, \quad i = \overline{0, n-2}, \quad (8)$$

где $c_{i,i+1}^t$ — элемент матрицы смежности взвешенного графа Γ_t , определенной для множества дуг A^s . Запишем представление данной матрицы в следующем виде:

$$C_t = (c_{x,y}^t)_{x=0,y=0}^{n-1,n-1}.$$

Элементы матрицы $c_{x,y}^t$ соответствуют величине времени, затрачиваемого ТС на перемещение от остановочного пункта $u_x \in V_s$ до $u_y \in V_s$, и являются целочисленными значениями:

$$c_{x,y}^t = \begin{cases} \left\lceil \frac{d_{x,y}}{v_{x,y}(t)} \right\rceil, & \text{если } \exists (u_x, u_y) \in A^s, \\ 0, & \text{если иначе,} \end{cases} \quad (9)$$

где $d_{x,y}$ — расстояние между остановочными пунктами $u_x \in V_s$ и $u_y \in V_s$; $v_{x,y}$ — величина средней скорости ТС на данной дистанции ($v_{x,y}: [0; t_{\max} - 1] \cap \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$).

Из чисел $d_{x,y}$ можно составить квадратную матрицу

$$D = \begin{pmatrix} 0 & d_{0,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{1,2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{2,3} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{n-2,n-1} \\ d_{n-1,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как дуги множества A^s составляют единственный контур в графе Γ_t , матрица D заполнена нулями, за исключением ряда над главной диагональю и элемента $d_{n-1,0}$.

В формуле (5) был использован вектор $\bar{\beta}_i^t$, описывающий интенсивность подхода «потенциальных» пассажиров на остановочный пункт $u_i \in V_s$ с целью добраться до остановочного пункта $u_k \in V_s$. Запишем следующее представление матрицы, составленное из векторов $\bar{\beta}_i^t$:

$$V_t = \left(\bar{\beta}_0^t, \bar{\beta}_1^t, \dots, \bar{\beta}_{n-1}^t \right),$$

где $\bar{\beta}_i^t = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \beta_{i,i+1}(t) \\ \beta_{i,i+2}(t) \\ \vdots \\ \beta_{i,n-1}(t) \end{pmatrix}$, i — порядковый номер остановочного пункта $s_i \in V_s$;

$$\beta_{i,l}: [0; t_{\max} - 1] \cap \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+.$$

Первый индекс определяет порядковый номер пункта отправления, второй — индекс пункта назначения. В нашей модели предполагается, что на маршруте задано только прямое направление движения, то есть ТС перемещаются последовательно от s_i к s_{i+1} . В силу этого предположения в данной модели пассажиры могут перемещаться только на последующие остановки относительно данной. Ситуация, когда пункт отправления и пункт назначения совпадают, исключается. Поэтому справедливо следующее ограничение: $\forall l \leq i$ ($\beta_{i,l}(t) \equiv 0$).

Матрица V_t зависит от момента времени t . Полагая, что средняя интенсивность притока новых пассажиров изменяется $k + 1$ раз в течение всего модельного времени работы ГПТ, можно ввести следующее обозначение временных интервалов:

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < t_{k+1} = t_{\max} - 1. \quad (10)$$

Тогда определим $\beta_{i,l}(t)$ через значения кусочно-постоянной функции на временных интервалах (10):

$$\beta_{i,l}(t) = \begin{cases} b_{i,l}^0, & 0 \leq t < t_1, \\ b_{i,l}^1, & t_1 \leq t < t_2, \\ \dots & \dots \dots \dots \\ b_{i,l}^k, & t_k \leq t < t_{\max}, \end{cases} \quad t = \overline{0, t_{\max} - 1}, \quad (11)$$

где $b_{i,l}^k \in \mathbb{R}^+$ — величина интенсивности притока пассажиров в промежуток времени $[t_k; t_{k+1})$.

Для средней скорости ТС $v_{x,y}(t)$ аналогично (10) определим следующую схему обозначения временных интервалов:

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_r < t_{r+1} = t_{\max} - 1. \quad (12)$$

Она может как совпадать с (10), так и отличаться. В общем случае эти разбиения считаются различными. Сама кусочно-постоянная функция $v_{x,y}(t)$ определяется следующим образом:

$$v_{x,y}(t) = \begin{cases} v_{x,y}^0, & 0 \leq t < t_1, \\ v_{x,y}^1, & t_1 \leq t < t_2, \\ \dots & \dots\dots\dots \\ v_{x,y}^r, & t_r \leq t < t_{\max} - 1, \end{cases} \quad t = \overline{0, t_{\max} - 1}, \quad (13)$$

где $v_{x,y}^r \in \mathbb{R}^+$ — значения, которые характеризуют среднюю скорость движения на отрезке от пункта $s_x \in V_s$ до пункта $s_y \in V_s$ в промежутке времени между t_r и t_{r+1} .

Функции $v_{x,y}(t)$ и $\beta_{i,l}(t)$ имеют следующие ограничения:

$$v_{x,y} \geq 0, \quad x, y = \overline{0, n-1}; \quad \beta_{i,l} \geq 0 \quad \forall l (l \geq i), \quad i = \overline{0, n-1}; \quad t = \overline{0, t_{\max} - 1}.$$

Величины, представленные в выражениях (11) и (13), вычисляются на основе собранных экспериментальных данных. Однако если скоростные режимы ТС на участках транспортного маршрута можно получить из экспериментальных данных в явном виде, то точно определить величину скорости подхода новых пассажиров к остановочному пункту возможно только в результате проведения комплексного исследования интересующего маршрута. Оно подразумевает необходимость проведения опроса пассажиров на остановочных пунктах и является трудоемким процессом. В данной работе использовались сведения о пассажиропотоках, которые получены в результате визуального обследования средств перевозки. Используя стандартную шкалу оценок для него и зная характеристики ТС, можно вычислить их наполняемость и мощность пассажиропотока на любом участке маршрута.

Итак, предлагаемая математическая модель обладает как рядом преимуществ относительно моделей, представленных в [1–3], так и некоторыми ограничениями.

Главным преимуществом сформулированной модели является то, что она изначально предназначалась для проведения вычислительного эксперимента, и поэтому относительно просто реализовать алгоритм, основанный на ее использовании. Также рассматриваемая модель является попыткой устранения некоторых ограничений, возникающих при вычислениях на основе модели из работы [1]. Они выражаются в следующем:

- 1) рассматривается процесс перевозок, при котором каждое ТС проходит данный маршрут единожды;
- 2) требуется, чтобы последовательность рассматриваемых ТС была упорядочена по времени их прибытия на очередной остановочный пункт.

Из первого условия следует, что исследуется только момент времени, в течение которого все транспортные средства передвигаются вдоль маршрута. В модели, представленной в данной работе, задается общий временной промежуток работы городского транспорта. Транспортный маршрут в графе отражен как контур. ТС перемещаются вдоль него в течение заданного отрезка времени.

Второе условие указывает на тот факт, что в модели из работы [1] ТС не могут опережать друг друга. Для этого их средняя скорость вычисляется на основе определенной функции активации, схожей с сигмной, которая зависит от временного интервала между двумя соседними ТС. В данной работе такое ограничение отсутствует. Однако присутствует следующее ограничение: на одном остановочном пункте одновременно операции «посадки/высадки» может осуществлять только одно ТС. Остальные в этот момент ждут своей очереди. При этом не исключается возможность, что ТС могут опережать друг друга.

Недостатки данной модели схожи с таковыми в работах [1–3]. В силу преобладания детерминированного подхода некоторые явления, связанные с пассажирскими перевозками, исключаются из рассмотрения. Например, в модели не учитывается выбор пассажиром маршрута. Это связано с тем, что в ней транспортная сеть состоит из единственного маршрута.

Процедура построения матрицы интенсивностей B_t является достаточно сложной, так как требует проведения комплексного исследования для каждого остановочного пункта. В реальной обстановке на одном остановочном пункте присутствуют группы пассажиров, ожидающие транспорт разных маршрутов. В модели предполагается, с целью упрощения, что все пассажиры на остановке выбирают единственный доступный маршрут для передвижения.

Еще одним упрощением является предположение о последовательности выполнения процедуры высадки и посадки пассажиров. Сначала выполняется высадка пассажиров, затем производится посадка. В реальной обстановке эти процессы происходят параллельно. Отсюда упрощением также является применение средних значений для величин времени посадки и высадки одного пассажира, так как с увеличением числа пассажиров, находящихся в салоне, время посадки одного человека имеет тенденцию к увеличению.

§ 3. Анализ результатов вычислительного эксперимента

В ходе проведения исследования был проведен ряд вычислительных экспериментов на рассматриваемом маршруте (автобусный маршрут № 12 г. Ижевска). Каждый из экспериментов предусматривал изменение некоторых входных параметров системы с последующим изучением полученных результатов в виде специальных графиков.

Количество остановочных пунктов на маршруте составляет 39. В первом эксперименте было определено 20 ТС, интервал движения которых — 5 минут. Все ТС были выбраны с одинаковой вместимостью, равной 50 пассажирам.

В результате эксперимента величина, соответствующая количеству пассажиров на остановках, имела ряд экстремумов на отрезках времени от 8:00 до 10:00 и от 17:00 до 18:00. В эксперименте были заданы значения времени $t_0 = 6:00$ (или 21600 секунд) и $t_{\max} = 23:00$ (или 82800 секунд). Таким образом, время отсчитывалось от момента t_0 . Количество пассажиров, подходящих на остановочный пункт, генерировалось случайным образом с поправкой на результаты обследования реального пассажиропотока на данном маршруте города Ижевска.

В результате эксперимента 13 из 20 ТС большую часть времени перемещаются между остановками с низкой наполняемостью салона, в то время как остальные ТС практически были полностью загружены. Таким образом, при уменьшении количества ТС на маршруте получаем некоторое увеличение количества используемых мест в салоне. Однако уже при значительном снижении числа подвижных составов возникает ситуация переполнения остановочных пунктов. При повышении количества ТС наблюдалось уменьшение числа людей на остановочных пунктах.

Для получения выводов по результатам моделирования была выполнена серия экспериментов; в качестве критерия оценки результатов был выбран следующий: пусть заданы два числа $m', m'' \in \mathbb{N}$ ($1 \leq m' < m'' \leq n - 1$), обозначающие количество работающих ТС на маршруте, начальные интервалы движения составляют $T_0^a(b_{j+1}) - T_0^a(b_j) = \Delta$, ($j = \bar{0}, m - \bar{2}$), при которых разность количества пассажиров в момент времени t для двух экспериментов $|\text{WP}_t^{m'}(s) - \text{WP}_t^{m''}(s)|$ для любого остановочного пункта $s \in V_s$ не превосходит некоторой неотрицательной величины.

Через $\text{WP}_t^{m'}(s)$ обозначено количество людей, ожидающих ТС на остановочном пункте $s \in V_s$ в момент времени t , полученный в вычислительном эксперименте с количеством ТС, равным m' .

В результате значительное увеличение количества подвижного состава на маршруте с целью снижения числа ожидающих пассажиров не имеет смысла.

Исходя из этого, можно дать следующее неформальное описание оптимизационной задачи для транспортной организации, осуществляющей перевозку пассажиров: требуется отыскать

оптимальное расписание движения, в пределах существующей транспортной сети и количества ТС, для достижения высокой и равномерной их загрузки. Формальная постановка этой задачи не описана в данной работе и оставлена для дальнейшего исследования.

Однако не всегда из того, что используется большая часть доступного объема ТС, следует эффективность осуществляемых перевозок. Это демонстрируют результаты повторения предыдущего эксперимента (в данном случае назовем его «эксперимент № 2») с количеством ТС меньше десяти: доля наиболее полно загруженного транспорта от общего числа повысилась, в то же время повысилось количество людей, ожидающих ТС на остановочных пунктах. Для оценки результатов использовалась следующая формула расчета средней вместимости ТС:

$$\overline{BC}(b_j) = \frac{1}{t_{\max}} \sum_{t=0}^{t_{\max}} BC_t(b_j).$$

Во втором эксперименте с меньшим числом ТС последовательность величин вместимости ТС возрастает: ее значение для каждого последующего подвижного состава выше, чем у предыдущего. В первом эксперименте медиана составляет 39,108, во втором — 21,5. Таким образом, больше половины подвижного состава практически не загружены в первом случае. При этом максимальное количество людей на остановке оказывается ниже значения, соответствующего второму. Отсюда можно сделать следующий вывод: достижение только максимальной загрузки ТС не всегда приводит к снижению количества ожидающих на остановках пассажиров. Для достижения этой цели также требуется отыскать оптимальный набор начальных значений, составленный из времен начала работы $T_0^a(b_j), j = \overline{0, m-1}$, каждого из ТС.

По результатам проведенных экспериментов можно сделать следующие выводы:

- 1) повышение количества средств перевозки на одном транспортном маршруте незначительно влияет на увеличение пассажирооборота;
- 2) при заданном равномерном начальном интервале движения между двумя соседними транспортными средствами количество транспорта, требуемое для эффективных пассажирских перевозок, лежит в промежутке от 1 до n , где n — количество остановочных пунктов;
- 3) повысить эффективность пассажирооборота можно путем отыскания оптимальной комбинации количества ТС и начальных интервалов движения между ними.

Список литературы

1. Регирер С.А., Смирнов Н.Н., Ченчик А.Е. Математическая модель взаимодействия движущихся коллективов: общественного транспорта и пассажиров // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 116–131. <http://mi.mathnet.ru/at1021>
2. Турпищева М.С. Разработка логистической модели пассажирских перевозок методами имитационного моделирования // Вестник АГТУ. 2011. № 2 (52). С. 83–87. <http://elibrary.ru/item.asp?id=17039073>
3. Нурғалиев Е.Р. Управление транспортной системой на основе моделирования взаимосвязанного движения автотранспортных и пассажирских потоков // Вестник АГТУ. 2011. № 2 (52). С. 78–82. <http://elibrary.ru/item.asp?id=17039072>
4. Клочков М.А., Чиркова Л.С. Программный инструментарий для оптимального функционирования системы управления работы городского пассажирского транспорта с использованием систем спутниковой навигации // Прикладная информатика. 2011. № 1 (31). С. 39–49.
5. Корягин М.Е. Равновесные модели системы городского пассажирского транспорта в условиях конфликта интересов. Новосибирск: Наука, 2011. 140 с.
6. Ларин О.Н. Организация пассажирских перевозок: Учебное пособие. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. 104 с.

Поступила в редакцию 01.10.2016

Касимов Ильдар Ринатович, магистрант, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: ildar.kasimov94@gmail.com

Клочков Михаил Аркадьевич, к. ф.-м. н., доцент, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: mike919@udmlink.ru

I. R. Kasimov, M. A. Klochkov

On one solution of the problem of passenger traffic simulation

Keywords: urban passenger traffic, public transport, simulation.

MSC2010: 93A30, 68U20

We consider the problem of passenger traffic modeling in urban environments. A new mathematical model of the solution of this problem is offered, the results of computer simulation of the process are given, the analysis of the received results of model operation is carried out.

REFERENCES

1. Regirer S.A., Smirnov N.N., Chenchik A.E. Mathematical model of moving collectives interaction: public transport and passengers, *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, issue 7, pp. 1225–1238. DOI: 10.1134/S0005117907070107
2. Turpishcheva M.S. Development of logistic model of passenger transportation by means of simulation techniques, *Vestn. Astrakhan. Gos. Tekh. Univ.*, 2011, no. 2, pp. 83–87 (in Russian). <http://elibrary.ru/item.asp?id=17039072>
3. Nurgaliev E.R. Transport system management of the base of modeling of a mutual traffic of motor transport and passenger flows, *Vestn. Astrakhan. Gos. Tekh. Univ.*, 2011, no. 2, pp. 78–82 (in Russian). <http://elibrary.ru/item.asp?id=17039072>
4. Klochkov M.A., Chirkova L.S. Programming tools for the optimal performance of control and coordination system of urban passenger traffic using the global positioning systems, *Prikladnaya Informatika*, 2011, no. 1 (31), pp. 39–49 (in Russian).
5. Koryagin M.E. *Ravnovesnye modeli sistemy gorodskogo passazhirskogo transporta v usloviyakh konflikta interesov* (Equilibrium models of system of urban passenger transport under conditions of the conflict of interests), Novosibirsk: Nauka, 2011, 140 p.
6. Larin O.N. *Organizatsiya passazhirskikh perevozok* (Organization of passenger traffic), Chelyabinsk: South Ural State University, 2005, 104 p.

Received 01.10.2016

Kasimov Il'dar Rinatovich, Master Student, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.

E-mail: ildar.kasimov94@gmail.com

Klochkov Mikhail Arkad'evich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.

E-mail: mike919@udmlink.ru